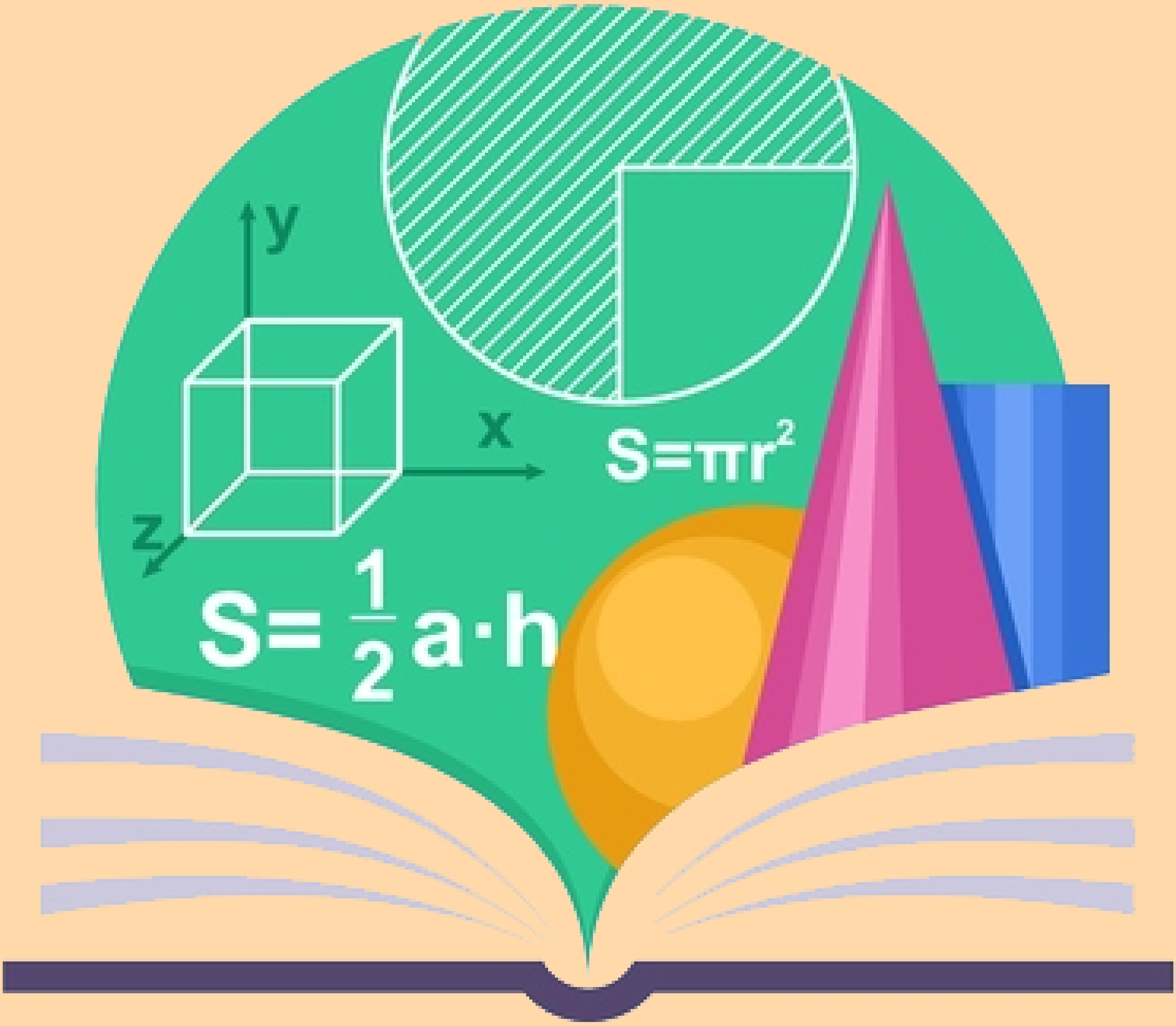
બ્રિજકોર્સ-કલાસ રેડીનેસ

જ્ઞાનસેતુ

(વર્ષ 2021-22માં ધોરણ 9માં પ્રવેશ મેળવેલ વિદ્યાર્થીઓ માટે)

ધોરણ 9

ગણિત



પ્રેરણા

શ્રીમતી પી. ભારતી (IAS)
સ્ટેટ પ્રોજેક્ટ ડાયરેક્ટર,
સમગ્ર શિક્ષા, ગાંધીનગર

માર્ગદર્શન

શ્રી પ્રકાશ ત્રિવેદી
સચિવ, સમગ્ર શિક્ષા

શ્રીમતી જયશ્રી દેવાંગન (GAS)
એએસપીડી, સમગ્ર શિક્ષા

ડૉ. ટી. એસ. જોષી
નિયામક, જીસીઈઆરટી

સંપાદન - સંકલન

સૂચિતભાઈ પ્રજાપતિ

અનિલભાઈ ઉપાધ્યાય
સમગ્ર શિક્ષા

ધર્મેશ રામાનુજ

લેખન સંપાદન

કેતનકુમાર પ્રજાપતિ

નીરજભાઈ રાવલ

સુકેતુભાઈ યાજ્ઞિક

નીતેશકુમાર દલવાડી

મનહરકુમાર સોલંકી

પિયુષભાઈ બારોટ

યોગેશભાઈ પટેલ

અતુલભાઈ પંચાલ

ઓનલાઈન શિક્ષણ મેળવવા માટેના માધ્યમ

સમગ્ર શિક્ષા વેબસાઈટ : ssagujarat.org/StudyFromHome.html

ગુજરાત સરકાર દ્વારા બાયસેગ-વંદે ગુજરાતની વિવિધ ધોરણવાર ૧૬ ચેનલ વડે શૈક્ષણિક કાર્યક્રમનું પ્રસારણ

BISAG

www.vande.gujarat.gov.in

VANDE GUJARAT

બાયસેગ પ્રસારણ જોવા માટે DTH ડિશ લગાવવાથી દૂરદર્શન કેન્દ્ર તેમજ બાયસેગની તમામ ચેનલો ફ્રીમાં જોઈ શકાય છે. DTH ડિશ નજીવા ખર્ચે લગાવી શકાય છે.

DIKSHA

https://diksha.gov.in/

YouTube

Gujarat e-Class Samagra Shiksha

Gujarat E Class

શિક્ષણનો અધિકાર

સમગ્ર શિક્ષા

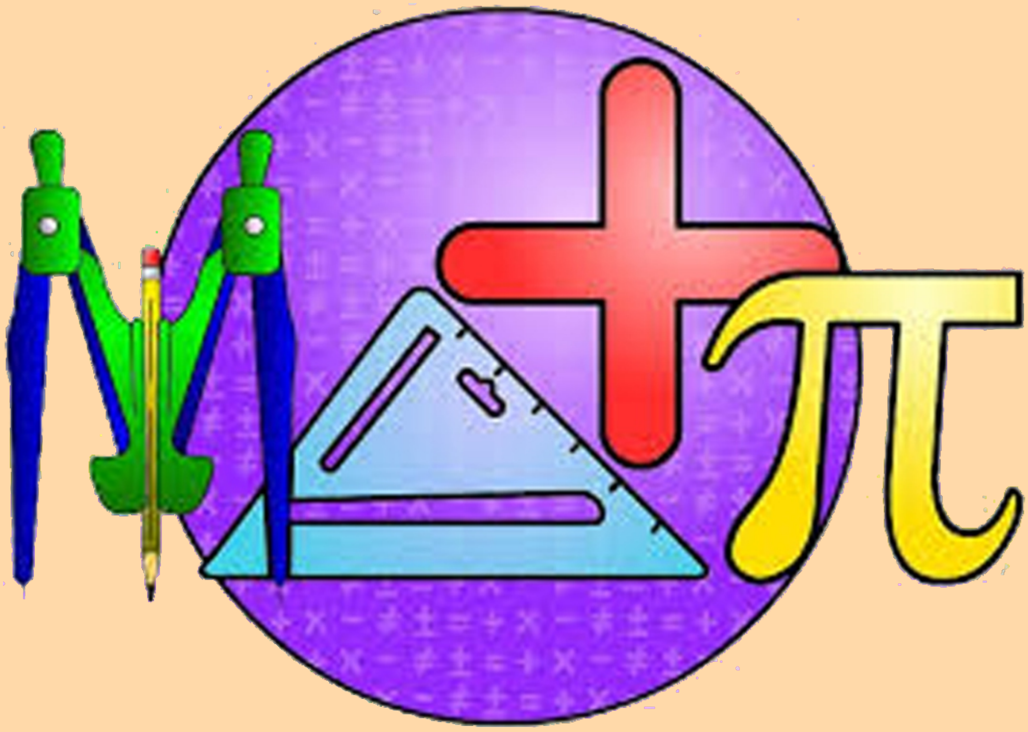
સૌ ભણે, સૌ આગળ વધે

બ્રિજકોર્સ-કલાસ રેડીનેસ

જ્ઞાનસેતુ

ધોરણ 9

ગણિત



ગુજરાત શૈક્ષણિક
સંશોધન અને તાલીમ પરિષદ
ગાંધીનગર

શિક્ષણનો અધિકાર
સમગ્ર શિક્ષા
સૌ ભણે,સૌ આગળ વધે
ગુજરાત શાળા શિક્ષણ પરિષદ
ગાંધીનગર

પ્રસ્તાવના

વિદ્યાર્થી મિત્રો, વર્તમાન સમયમાં છેલ્લા એક વર્ષથી આપણે સૌ કોરોનાની મહામારી સાથે ઝઝૂમી રહ્યા છીએ. આ વિષમ પરિસ્થિતિમાં મોટેભાગે વિદ્યાર્થીઓને શાળામાં હાજર રાખી શકાયા નથી પરંતુ આપણે શિક્ષણકાર્ય બંધ રાખ્યું નથી. આપણે વર્ચ્યુઅલ રીતે આપણું શિક્ષણકાર્ય સાતત્યપૂર્ણ રીતે થાય એવા શુભાશયથી ધોરણ ૧ થી ૧૨ સુધીના સમગ્ર અભ્યાસક્રમને એપિસોડ (તાસ)માં વિભાજિત કરીને દૂરદર્શન કેન્દ્રની ડી.ડી. ગિરનાર ચેનલ તેમજ બાયસેગ મારફતે શિક્ષણ ઘરે-ઘરે પહોંચે તેવા પ્રામાણિક પ્રયત્નો કરવામાં આવ્યાં. સાથે-સાથે શિક્ષકમિત્રો દ્વારા સમયાંતરે સ્માર્ટ ફોન દ્વારા શિક્ષણ, ઘરે-ઘરે વાલી વિદ્યાર્થીઓનો સંપર્ક કરી ને પાઠ્યપુસ્તક વિતરણ, એકમ કસોટી, નિદાન કસોટી, શેરીશિક્ષણ તેમજ વિદ્યાર્થીઓને શિક્ષકો દ્વારા પ્રત્યક્ષ શૈક્ષણિક માર્ગદર્શન આપવાના સાર્થક પ્રયાસો કરવામાં આવ્યા. ગુજરાત વર્ચ્યુઅલ શાળા (GUS) અંતર્ગત ઓન લાઈન ક્લાસ પણ ચલાવવામાં આવ્યા. હોમલર્નિંગ અંતર્ગત આ તમામ સામગ્રી સમગ્ર શિક્ષા, ગાંધીનગરની વેબસાઈટ, Diksha પ્લેટફોર્મ અને ગુજરાત ઈ ક્લાસ સમગ્ર શિક્ષા યુ-ટ્યુબ ચેનલ પર ઉપલબ્ધ છે. તેનાથી આપ સૌ અવગત છો.

આ 'જ્ઞાનસેતુ' સાહિત્યમાં આપે ગત વર્ષ દરમિયાન પોતાના ધોરણનું શિક્ષણ હોમ લર્નિગ અને અન્ય માધ્યમથી પ્રાપ્ત કર્યું છે. ત્યારે તેને બળવત્તર બનાવવાના હેતુથી આ સાહિત્ય તૈયાર કરવામાં આવ્યું છે. જેમાં આપવામાં આવેલ પ્રશ્નો, દાખલા અને ઉકેલ જેવી બાબતોનું લેખન કરવાનું છે. જ્યાં જરૂર જણાય ત્યાં પોતાની નોટબૂકમાં લખવાનું - ગણવાનું રહેશે. આગામી નવીન શૈક્ષણિક સત્ર જ્યારે શરૂ થાય ત્યારે આ 'જ્ઞાનસેતુ' સાહિત્ય અને તેને આધારે વિદ્યાર્થીઓએ કરેલ લેખનની નોટબૂક આપના શિક્ષકો દ્વારા ચકાસી જરૂરી ઉપચારાત્મક કાર્ય પણ કરાવવામાં આવશે.

આ 'જ્ઞાનસેતુ' સાહિત્ય વિદ્યાર્થીઓ માટે તેમને પ્રાપ્ત કરેલ જ્ઞાન અને શીખવાના જ્ઞાન વચ્ચે મહત્વના સેતુરૂપ બની રહેશે. એવી શ્રદ્ધા છે.

પી. ભારતી (IAS)
સ્ટેટ પ્રૉજેક્ટ ડાયરેક્ટર,
સમગ્ર શિક્ષા, ગાંધીનગર.

'જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ'ના ઉપયોગ સંદર્ભે...

હોમ લર્નિંગ દ્વારા અભ્યાસ કરતા વિદ્યાર્થઓનું એક વર્ષ પૂર્ણ થાય છે. હવે જ્યારે વિદ્યાર્થી નવા શૈક્ષણિક વર્ષમાં આવે છે ત્યારે તેમના આગળના શૈક્ષણિક વર્ષના પ્રારંભે તેમને ગયા વર્ષના ધોરણના અભ્યાસક્રમનો બ્રીજકોર્સ થાય તે હેતુસર તેમજ આ વર્ષના અભ્યાસક્રમની સમજણ માટે આગલા ધોરણની જે-જે અધ્યયન નિષ્પત્તિની સમજની જરૂર પડે તે દરેક અધ્યયન નિષ્પત્તિની સમજ માટે આ **'જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ'** પુસ્તિકાનું નિર્માણ થયેલ છે.

આ **'જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ'** પુસ્તિકાનો અર્થસભર ઉપયોગ કરી શકાય તે માટેની અગત્યની બાબતો આ મુજબ છે :

- આ પુસ્તિકા ગત વર્ષની કક્ષાના અભ્યાસક્રમને ધ્યાને લઈ નિર્માણ થયેલ છે. એટલે કે વર્ષ ૨૦૨૦-૨૧ દરમ્યાન હોમ લર્નિંગ અંતર્ગત ઘરે રહીને પૂરા વર્ષ દરમ્યાન અભ્યાસ કરેલ ધોરણનો અભ્યાસક્રમ આગળના ધોરણમાં જતા પહેલાં બ્રીજકોર્સ તરીકે પૂર્ણ કરશે અને પછીજ આગળના નવા ધોરણનો અભ્યાસક્રમ ચાલુ કરશે.
- આ પુસ્તિકાનું વિષયવસ્તુ અધ્યયન નિષ્પત્તિ અને અભ્યાસક્રમની અગ્રિમ બાબતોને ધ્યાને લઈ નિર્માણ કરેલ હોવાથી પુસ્તિકાના વિષયવસ્તુના દરેક ઉદાહરણોનો પૂર્ણ મહાવરો વિદ્યાર્થી દ્વારા સમયમર્યાદામાં થાય તે જરૂરી છે.
- આપે આ પુસ્તિકાનો ઉપયોગ ગત વર્ષના પાઠ્યપુસ્તક સાથે રાખી કરવાનો છે. આ પુસ્તિકાનો કઈ રીતે ઉપયોગ કરવો તે અંગે આપના શિક્ષક દ્વારા પ્રત્યક્ષ કે પરોક્ષ રીતે માર્ગદર્શન આપવામાં આવશે.
- આ પુસ્તિકાના વિષયવસ્તુ આધારિત સમજ નિર્માણ કરવામાં સહાયક વિડીઓ સામગ્રી પણ નિર્માણ થયેલ છે જેથી તેનું પ્રસારણ ટીવી, મોબાઈલ અને અન્ય ડીજીટલ માધ્યમો દ્વારા પ્રસારિત થનાર છે. તારીખવાર ચોક્કસ સમયપત્રક પ્રમાણે વિદ્યાર્થીઓ પ્રસારણ ધ્યાનથી નિહાળે તે જરૂરી છે.
- એપિસોડનાં પ્રસારણ દરમ્યાન **'જ્ઞાનસેતુ બ્રીજકોર્સ-ક્લાસરેડીનેસ'** પુસ્તિકામાંથી શક્ય હોય તેટલા દ્રષ્ટાંતની સમજ આપવાનો પ્રયાસ તજજ્ઞ દ્વારા થશે પરંતુ પુસ્તિકાના અન્ય બાકી રહેતા ઉદાહરણોનો મહાવરો વિદ્યાર્થીએ જાતે વાલી / મોટા ભાઈબહેન / શિક્ષકની મદદથી કરવાનો રહેશે.

(પ્રકાશ કે. ત્રિવેદી)
સચિવ, સમગ્ર શિક્ષા

અનુક્રમણિકા

1.	પ્રકરણ 1	1
2.	પ્રકરણ 2	12
3.	પ્રકરણ 3	18
4.	પ્રકરણ 4	26
5.	પ્રકરણ 5	34
6.	પ્રકરણ 6	52
7.	પ્રકરણ 7	69
8.	પ્રકરણ 8	75
9.	પ્રકરણ 9	88
10.	પ્રકરણ 10	95
11.	પ્રકરણ 11	99
12.	પ્રકરણ 12	107
13.	પ્રકરણ 13	113
14.	પ્રકરણ 14	118

પ્રકરણ 1

★ બાળદોસ્તો, તમે સંખ્યાઓ વિશે અને તેમના પર થતી ક્રિયાઓ વિશે અગાઉ શીખી ગયાં. અહીં, સંખ્યાઓના ગુણધર્મ વિશે જાણીએ.

પરંતુ, તે પહેલા અગાઉ ભણી ગયેલા મુદ્દાઓ પર ફરી વાર એક નજર કરી લઈશું ને ?...

→ **પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ:** 1, 2, 3,... સંખ્યાઓને પ્રાકૃતિક સંખ્યા તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

→ **પૂર્ણ સંખ્યાઓ:** 0, 1, 2, 3,... સંખ્યાઓને પૂર્ણ સંખ્યા તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

→ **પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ:** ...–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3,... સંખ્યાઓને પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

→ **અપૂર્ણાંક સંખ્યાઓ:** અપૂર્ણાંક એ એવી સંખ્યા છે જે એક સમગ્રના ભાગને દર્શાવે છે. દા.ત. ¾ એટલે કે 4 માંથી 3 ભાગ.

→ **સંમેય સંખ્યાઓ:** જે સંખ્યાને $\frac{p}{q}$ સ્વરૂપે દર્શાવી શકાય, તેવી સંખ્યાને સંમેય સંખ્યા કહે છે. જ્યાં p અને q પૂર્ણાંકો છે તથા $q \neq 0$

→ **સંમેય સંખ્યાઓના સરવાળા - બાદબાકી : વિરોધી સંખ્યા:**

ઉદાહરણ 1 : $\frac{2}{5}+\left(\frac{-3}{4}\right)$ અહીં 5 અને 4 નો લ.સા.અ. = 20

$$= \frac{8}{20}+\frac{-15}{20}$$

$$= \frac{8-15}{20} = \frac{-7}{20}$$

ઉદાહરણ 2 : $\frac{5}{8}-\frac{2}{4}$ અહીં 4 અને 8 નો લ.સા.અ. = 8

$= \frac{5}{8}-\frac{4}{8}$

$= \frac{5-4}{8} = \frac{1}{8}$

ઉદાહરણ 3 : $\frac{13}{7}-\left(\frac{-3}{4}\right)$ લ.સા.અ. = 28

$= \frac{52}{28}-\frac{-21}{28}$

$= \frac{52-(-21)}{28}$

$= \frac{52+21}{28} = \frac{73}{28} = 2\frac{17}{28}$

- **સંમેય સંખ્યાઓના ગુણાકાર-ભાગાકાર**

→ **વ્યસ્ત સંખ્યા:** જે બે સંખ્યાઓનો ગુણાકાર 1 થાય, તે સંખ્યાઓને પરસ્પર વ્યસ્ત સંખ્યાઓ કહે છે.

ઉદાહરણ 4 : $\frac{9}{2}\times\left(\frac{-7}{4}\right)$

$= \frac{9\times(-7)}{2\times4}$

$= \frac{-63}{8}$

ઉદાહરણ-5 : $\frac{9}{2}\div\left(\frac{-7}{4}\right)$

$= \frac{9}{2}\times\frac{4}{-7}$ (વ્યસ્ત વડે ગુણતાં)

$= \frac{36}{-14}$

$= \frac{-18}{7}$ (પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવતાં)

- **સંમેય સંખ્યાઓના ગુણધર્મો:**

1) સંવૃત્તતા : કોઈ એક સંખ્યાજૂથ (પ્રાકૃતિક, પૂર્ણ, પૂર્ણાંક, અપૂર્ણાંક, સંમેય)માંથી બે કે તેથી વધુ સંખ્યા પસંદ કરીએ. આ સંખ્યાઓ પર સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકારની ક્રિયાઓ કરતાં પરિણામ સ્વરૂપે તે જ સંખ્યા જૂથની સંખ્યા મળે તો તે ક્રિયા માટે સંખ્યાઓ સંવૃત છે તેમ કહેવાય.

ઉદા. જો બે પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ –2 અને 5 લઈએ તો,

સરવાળો : $-2 + 5 = 3$ જે પૂર્ણાંક છે.

બાદબાકી : $-2 - 5 = -7$ જે પૂર્ણાંક છે.

ગુણાકાર : $-2 \times 5 = -10$ જે પૂર્ણાંક છે.

પરંતુ ભાગાકાર : $-2 \div 5 = \frac{-2}{5}$ જે પૂર્ણાંક નથી.

∴ પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ સરવાળો, બાદબાકી અને ગુણાકાર માટે સંવૃત છે. પરંતુ ભાગાકાર માટે સંવૃત નથી.

→ આ જ રીતે, સંમેય સંખ્યાઓ માટે એક ઉદાહરણ લઈએ.

- **સરવાળા વિશે સંવૃત્તતાઃ** બે સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{3}{8}$ અને $\frac{-5}{3}$ માટે,

$= \frac{3}{8} + \frac{-5}{3}$

$= \frac{9}{24} + \frac{-40}{24}$

$= \frac{9+(-40)}{24}$

$= \frac{-31}{24}$ જે પણ સંમેય સંખ્યા છે.

આમ, સંમેય સંખ્યાઓ સરવાળા વિશે સંવૃત છે.

- **બાદબાકી વિશે સંવૃતતાઃ**

$\frac{3}{8} - \frac{-5}{3} = \frac{9-(-40)}{24} = \frac{9+40}{24} = \frac{49}{24}$ (સંમેય સંખ્યા)

આમ, સંમેય સંખ્યાઓ બાદબાકી માટે સંવૃત છે.

બાળમિત્રો, હવે આ બંને ક્રિયાઓ માટે નીચે આપેલ સંખ્યાઓની ચકાસણી કરી જૂઓ તો,

1. $\frac{-2}{3}$ અને $\frac{4}{5}$

2. $\frac{8}{7}$ અને $\frac{-7}{4}$

3. $\frac{-18}{23}$ અને $\frac{-5}{23}$

- શું તે સંમેય સંખ્યા મળે છે ?

- **ગુણાકાર વિશે સંવૃત્તતાઃ**

$\frac{3}{8} \times \frac{-5}{3} = \frac{-15}{24}$ જે સંમેય સંખ્યા છે.

- **ભાગાકાર વિશે સંવૃત્તતાઃ**

$\frac{3}{8} \div \frac{-5}{3} = \frac{3}{8} \times \frac{3}{-5} = \frac{9}{-40} = \frac{-9}{40}$ જે સંમેય સંખ્યા છે.

આમ, ગુણાકાર અને ભાગાકાર વિશે પણ સંમેય સંખ્યાઓ સંવૃત છે.

હવે તમે પણ ચકાસણી કરી શકો ને મિત્રો ? તો ચાલો, ચકાસણી કરીએ.

1. $\frac{5}{7}$ અને $\frac{-8}{11}$

2. $\frac{-15}{17}$ અને $\frac{-1}{2}$

3. $\frac{2}{3}$ અને $\frac{-5}{4}$

4. $\frac{-2}{5}$ અને $\frac{5}{8}$

2. ક્રમનો ગુણધર્મઃ

- **સરવાળા વિશે ક્રમનો ગુણધર્મ**

$\frac{3}{5}$ અને $\frac{7}{4}$ માટે ચકાસીએ.

$\frac{3}{5} + \frac{7}{4} = \frac{12+35}{20} = \frac{47}{20}$

ક્રમ બદલતાં,

$\frac{7}{4} + \frac{3}{5} = \frac{35+12}{20} = \frac{47}{20}$

આમ, સંમેય સંખ્યાઓ સરવાળા માટે સમક્રમી છે.
એટલે કે, ક્રમના નિયમનું પાલન થાય છે.

- **બાદબાકી વિશે ક્રમનો ગુણધર્મ**

$\frac{3}{5} - \frac{7}{4} = \frac{12-35}{20} = \frac{-23}{20}$

ક્રમ ઉલટાવતાં,

$\frac{7}{4} - \frac{3}{5} = \frac{35-12}{20} = \frac{23}{20}$ આમ, સંમેય સંખ્યાઓ બાદબાકી માટે સમક્રમી નથી. અર્થાત, ક્રમના નિયમનું પાલન થતું નથી.

- **ગુણાકાર વિશે ક્રમનો ગુણધર્મ**

$\frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{21}{20}$

ક્રમ બદલતાં,

$\frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{21}{20}$ આમ, સંમેય સંખ્યાઓ સરવાળા માટે સમક્રમી છે. એટલે કે, ક્રમના નિયમનું પાલન થાય છે.

- **ભાગાકાર વિશે ક્રમનો ગુણધર્મ**

$\frac{3}{5} \div \frac{7}{4} = \frac{3}{5} \times \frac{4}{7} = \frac{12}{35}$

ક્રમ ઉલટાવતાં,

$\frac{7}{4} \div \frac{3}{5} = \frac{7}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{35}{12}$ આમ, સંમેય સંખ્યાઓ ભાગાકાર માટે સમક્રમી નથી. અર્થાત, ક્રમના નિયમનું પાલન થતું નથી.

આમ, સંમેય સંખ્યાઓમાં સરવાળા અને ગુણાકાર માટે ક્રમના નિયમનું પાલન થાય છે જયારે, બાદબાકી અને ભાગાકાર માટે ક્રમના નિયમનું પાલન થતું નથી.

3. જૂથનો ગુણધર્મ:

- **સરવાળા માટે**

સંમેય સંખ્યાઓ $\frac{3}{4}$, $\frac{-2}{3}$ અને $\frac{5}{8}$ માટે,

$$\rightarrow \quad \left[\frac{-2}{3}+\frac{5}{8}\right]+\frac{3}{4}=\left[\frac{-16+15}{24}\right]+\frac{3}{4} = \frac{3}{4}+\left[\frac{-1}{24}\right]$$

$$= \frac{3}{4}-\frac{1}{24} = \frac{18-1}{24} = \frac{17}{24}$$

જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \left[\frac{3}{4}+\frac{-2}{3}\right] + \frac{5}{8} = \frac{9-8}{12} + \frac{5}{8}$$

$$= \frac{1}{12} + \frac{5}{8} = \frac{2+15}{24} = \frac{17}{24}$$

ફરીથી, જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \frac{-2}{3} + \left[\frac{3}{4}+\frac{5}{8}\right] = \frac{-2}{3} + \frac{6+5}{8}$$

$$= \frac{-2}{3} + \frac{11}{8}$$

$$= \frac{-16+33}{24} = \frac{17}{24}$$

આમ, સંખ્યાના જૂથ બદલતાં પરિણામ સમાન મળે છે.

અર્થાત, સંમેય સંખ્યાઓ સરવાળા માટે જૂથના નિયમનું પાલન કરે છે.

- **બાદબાકી માટે**

$$\rightarrow \quad \frac{3}{4} - \left[\frac{-2}{3}-\frac{5}{8}\right] = \frac{3}{4}-\left[\frac{-16-15}{24}\right]$$

$$= \frac{3}{4} - \left[\frac{-31}{24}\right] = \frac{3}{4} + \frac{31}{24}$$

$$= \frac{18+31}{24} = \frac{49}{24}$$

જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \left[\frac{3}{4}-\frac{-2}{3}\right] - \frac{5}{8} = \frac{9-(-8)}{12} - \frac{5}{8} = \frac{9+8}{12} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{17}{12} - \frac{5}{8}$$

$$= \frac{34-15}{24} = \frac{19}{24}$$

પુનઃ જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \frac{-2}{3} - \left[\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right] = \frac{-2}{3} - \left[\frac{6-5}{8}\right]$$

$$= \frac{-2}{3} - \frac{1}{8} = \frac{-16-3}{24} = \frac{-19}{24}$$

આમ, સંખ્યાઓના જૂથ બદલતાં પરિણામ સમાન મળતું નથી.

આથી, સંમેય સંખ્યાઓ બાદબાકી માટે જૂથના નિયમનું પાલન થતું નથી.

- **ગુણાકાર માટે**

$$\rightarrow \quad \frac{3}{4} \times \left[\frac{-2}{3}\times\frac{5}{8}\right] = \frac{3}{4} \times \frac{-10}{24} = \frac{-30}{96}$$

જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \left[\frac{3}{4}\times\frac{-2}{3}\right] \times \frac{5}{8} = \frac{-6}{12} \times \frac{5}{8} = \frac{-30}{96}$$

ફરીથી, જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \frac{-2}{3} \times\left[\frac{3}{4}\times\frac{5}{8}\right] = \frac{-2}{3} \times \frac{15}{32} = \frac{-30}{96}$$

આમ, સંખ્યાના જૂથ બદલતાં પરિણામ સમાન મળે છે.

અર્થાત, સંમેય સંખ્યાઓ ગુણાકાર માટે જૂથના નિયમનું પાલન કરે છે.

- **ભાગાકાર માટે**

$$\rightarrow \quad \frac{3}{4} \div \left[\frac{-2}{3}\div\frac{5}{8}\right] = \frac{3}{4} \div \left[\frac{-2}{3} \times \frac{8}{5}\right] = \frac{3}{4} \div \frac{-16}{15}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{15}{-16} = \frac{45}{(-64)}$$

$$= \frac{-45}{64}$$

જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \left[\frac{3}{4}\div\frac{-2}{3}\right] \div \frac{5}{8} = \left[\frac{3}{4} \times \frac{3}{-2}\right] \div \frac{5}{8} = \frac{9}{-8}\times\frac{8}{5} = \frac{72}{(-40)} = \frac{-72}{40}$$

પુનઃ જૂથ બદલતાં,

$$\rightarrow \quad \frac{-2}{3} \div \left[\frac{3}{4}\div\frac{5}{8}\right] = \frac{-2}{3} \div \left[\frac{3}{4}\times\frac{8}{5}\right] = \frac{-2}{3}\div\frac{24}{20}$$

$$= \frac{-2}{3}\times\frac{20}{24} = \frac{-40}{72}$$

આમ, સંખ્યાઓના જૂથ બદલતાં પરિણામ સમાન મળતું નથી.

આથી, સંમેય સંખ્યાઓ ભાગાકાર માટે જૂથના નિયમનું પાલન થતું નથી.

*** જાતે ગણીએ ***

- **યોગ્ય ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી કિંમત શોધો.**

(a) $\frac{-2}{3} \times \frac{3}{6} + \frac{5}{2} - \frac{3}{5} \times \frac{1}{6}$

(b) $\frac{4}{6} \times \frac{5}{6} - \frac{3}{7} + \frac{11}{3} \times \frac{4}{5}$

(c) $\frac{-3}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} - \frac{3}{7} \times \frac{7}{6}$

- **કિંમત શોધો.**
- 0 (શૂન્ય) ને સરવાળા માટેનો તટસ્થ ઘટક કહે છે. અર્થાત, સંખ્યામાં શૂન્ય ઉમેરવાથી કે બાદ કરવાથી પરિણામમાં કોઈ ફેર પડતો નથી.
- 1 (એક) ને ગુણાકાર માટેનો તટસ્થ ઘટક કહે છે.
- **વિરોધી સંખ્યાઃ** જો બે સંમેય સંખ્યાઓનો સરવાળો શૂન્ય મળે, તો તે બંને એકબીજાની વિરોધી સંખ્યા છે તેમ કહેવાય.

દા.ત. $\frac{2}{5} + \left(\frac{-2}{5}\right) = 0,\ \therefore\ \frac{2}{5}$ ની વિરોધી સંખ્યા $= \frac{-2}{5}$

તથા $\left(\frac{-2}{5}\right)$ ની વિરોધી સંખ્યા $= \frac{2}{5}$

- **વ્યસ્ત સંખ્યાઃ** જો બે સંમેય સંખ્યાઓનો ગુણાકાર '1' મળે, તો તે બે સંખ્યાઓ એકબીજાની વ્યસ્ત સંખ્યા છે.

દા.ત. $\frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = 1\ \therefore\ \frac{2}{5}$ ની વિરોધી સંખ્યા $= \frac{5}{2}$

તથા $\frac{5}{2}$ ની વિરોધી સંખ્યા $= \frac{2}{5}$

- **સંમેય સંખ્યા માટે ગુણાકારનું સરવાળા - બાદબાકી પર વિભાજન :**

→ કોઈપણ સંમેય સંખ્યા a, b અને c માટે,

$a(b + c) = ab + ac$ તથા

$a(b - c) = ab - ac$

દા.ત. $\frac{-2}{7} \times \left(\frac{-5}{6} + \frac{1}{4}\right)$

$$= \frac{-2}{7} \times \frac{-5}{6} + \frac{-2}{7} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{10}{42} + \frac{-2}{28}$$

$$= \frac{5}{21} + \frac{-1}{14}$$

$$= \frac{10+(-3)}{42}$$

$$= \frac{7}{42} = \frac{1}{6}$$

*** જાતે ગણીએ ***

(1) મિહીર પાસે $\frac{17}{5}$ કિગ્રા મુખવાસ છે. તેણે બીજો $\frac{3}{4}$ કિગ્રા મુખવાસ ખરીદ્યો. શ્વેતા પાસે મિહીર કરતાં $\frac{2}{3}$ ગણો મુખવાસ છે. તો શ્વેતા પાસે કેટલા કિગ્રા મુખવાસ હશે ?

(2) એવી સંખ્યાઓની ત્રણ જોડ લખો કે જેનો ગુણાકાર (-1) થાય.

(3) $\frac{19}{4}$ મીટર લંબાઈના તારની કિંમત રૂા. $\frac{171}{2}$ છે. તો 3 મીટર તારની કિંમત કેટલી હશે ?

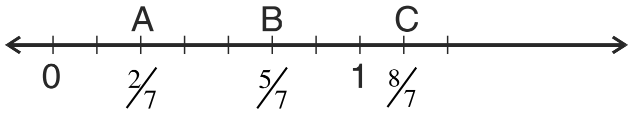
(4) $2\frac{3}{5}$ ના વ્યસ્તના વિરોધીને $4\frac{2}{7}$ વડે ગુણો.

(5) યોગ્ય ગુણધર્મનો ઉપયોગ કરી કિંમત શોધો.

$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} - \frac{2}{3} \times \frac{8}{5}$

- **સંમેય સંખ્યાનું સંખ્યારેખા પર નિરૂપણ:**

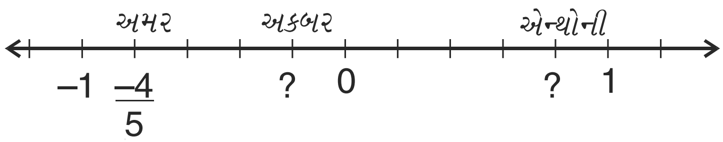
$\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$ અને $\frac{8}{7}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.



(1) $\frac{1}{5}, \frac{4}{5}$ અને $\frac{7}{5}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

(2) $\frac{-3}{8}$, $\frac{-5}{8}$ અને $-1\frac{1}{8}$ ને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

(3) ત્રણ મિત્રો અમર, અકબર અને એન્થોનીના ઘરનાં સ્થાન નીચે સંખ્યારેખા પર દર્શાવેલ છે. તેમનાં સ્થાન દર્શાવતી સંખ્યા લખો.



- **સંમેય સંખ્યાઓ વચ્ચેની સંમેય સંખ્યાઓ:**

$\frac{1}{3}$ અને $\frac{3}{4}$ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ શોધો.

3 અને 4 નો લ.સા.અ. = 12

$\therefore \quad \frac{1}{3} = \frac{1\times4}{3\times4} = \frac{4}{12}$ તથા $\frac{3}{4} = \frac{3\times3}{4\times3} = \frac{9}{12}$

$\therefore \quad \frac{4}{12}$ અને $\frac{9}{12}$ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ

આ જ રીતે, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$ અને $\frac{7}{12}$

* જાતે ગણીએ *

1. –3 અને 2 વચ્ચેની પાંચ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

2. $\frac{5}{7}$ અને $2\frac{1}{5}$ વચ્ચેની ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓ લખો.

3. આપેલ ત્રણ સંમેય સંખ્યાઓને અનુરૂપ બોક્સમાં લખો.

   $\frac{5}{7}, \frac{2}{5}$ અને $\frac{3}{2}$

   $\square < \square < \square$

4. શાળામાં $\frac{2}{5}$ વિદ્યાર્થીઓ કાર દ્વારા, અને $\frac{1}{4}$ વિદ્યાર્થી બસ દ્વારા આવે છે. બાકી રહેલ બાળકો પૈકી $\frac{1}{3}$ બાળકો જાતે ચાલીને શાળાએ પહોંચે છે. અને અન્ય બાળકોને તેમના વાલી ચાલતાં મૂકવા આવે છે. જો જાતે ચાલીને આવતા બાળકોની સંખ્યા 224 હોય, તો શાળામાં કેટલા વિદ્યાર્થીઓ અભ્યાસ કરતા હશે?

પ્રકરણ 2

★ 'ચલ' શબ્દનો અર્થ થાય છે કે જે કંઈક બદલાય છે ચલની કિંમત ચોક્કસ હોતી નથી, તે જુદી જુદી કિંમત ધારણ કરી શકે છે. ચલ પર જુદી જુદી ક્રિયાઓ જેવી કે સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર કરવામાં આવે છે.

→ **ચલ સાથેની અભિવ્યક્તિ :-**

''યોગેશ પાસે દીપક કરતાં બમણી લખોટી છે.'' આ વિધાનને ચલની અભિવ્યક્તિમાં દર્શાવીએ તો ધારો કે, દીપક પાસે 'd' લખોટી છે.

∴ યોગેશ પાસે તેનાથી બમણી એટલે કે '2d' લખોટી થાય.

અન્ય ઉદાહરણો :-

1. કોઇ સંખ્યાના બમણામાંથી 5 બાદ કરતાં

જ. $2x$-5 (ચલ x લેતાં)

2. રાજુના દાદાજીની ઉંમર તેની ઉંમરના $\frac{9}{4}$ ગણાથી 3 વધારે છે.

જ. $\frac{9}{4}$p + 3 (રાજુની ઉંમરને 'p' લેતાં)

● **સમીકરણ એટલે શું?**

એક નોટબુકની કિંમત પેન્સિલની કિંમતના 3 ગણાથી 7 રૂપિયા વધુ છે. એક નોકટબુકની કિંમત રૂા. 22 છે. તેને ચલ સાથેની અભિવ્યક્તિ દ્વારા દર્શાવીએ તો,

$3n + 7 = 22$ (પેન્સિલની કિંમત 'n' લેતાં)

ઉપરોક્ત ઉદા. સમીકરણની સંકલ્પના સમજાવે છે.

→ ચલની જે કિંમત માટે સમીકરણ સંતોષાતું હોય તે કિંમતને સમીકરણનો ઉકેલ કહે છે.

જેમ કે, $3n + 7 = 22$ માં ડાબી બાજુ n = 5 મૂકતાં ડાબી બાજુની કિંમત 22 થશે. આમ, $n = 5$ એ આપેલ સમીકરણનો ઉકેલ છે.

*** જાતે ગણીએ ***

- **નીચેની પરિસ્થિતિ દર્શાવતા સમીકરણ બનાવો :**

1. સચિન કહે છે કે અગાઉની મેચમાં તેણે કરેલ રન યુવરાજે કરેલા રનના બમણાથી 4 ઓછા છે. સચિને કરેલા રન 76 છે. (યુવરાજના રનની સંખ્યા 'y' લો)
2. એક મ્યુઝિયમમાં રવિવારે આવેલ મુલાકાતીઓની સંખ્યા શુક્રવારે આવેલા મુલાકાતીઓની 3 ગણાથી 5 વધારે છે. રવિવારે મુલાકાતીઓની સંખ્યા કેટલી હશે ? (શુક્રવારે મુલાકાતીઓની સંખ્યા ધારો)

★ **સમીકરણો ઉકેલવા :-**

ઉદા.: $2p + 6 = 4$ નો ઉકેલ મેળવો.

$\therefore \quad 2p + 6 - 6 = 4 - 6$ (બંને બાજુ 6 બાદ કરતાં)

$\therefore \quad 2p = -2$

$\therefore \quad \frac{2p}{2} = \frac{-2}{2}$ (બંને બાજુ 2 વડે ભાગતાં)

$\therefore \quad p = (-1)$

*** જાતે ગણીએ ***

- **નીચે આપેલ સમીકરણોના ઉકેલ મેળવો.**

1. $3p - 6 = 3$
2. $\frac{x}{3} + 5 = 8$
3. $2(a - 3) = 14$
4. $5m - \frac{3}{2} = 7$
5. $\frac{2x}{5} + 7 = \frac{5}{3}$

★ **સાદા સમીકરણોના વ્યવહારુ ઉદાહરણો :-**

ઉદા. : બે અંકની એક સંખ્યાના અંકોનો સરવાળો 13 છે. જો સંખ્યામાં 45 ઉમેરવામાં આવે તો મળતી સંખ્યા, મૂળ સંખ્યાના અંકોની અદલાબદલી કરતાં મળતી સંખ્યા બને છે. તો મૂળ સંખ્યા શોધો.

ઉકેલ :- ધારો કે એકમનો અંક x છે.

$\therefore$ દશકનો અંક $= 13 - x$

∴ મૂળ સંખ્યા = $10\ (13-x) + x$

$= 130 - 10x + x$

$= 130 - 9x$

મૂળ સંખ્યાના અંકોની અદલાબદલી કરતાં,

એકમનો અંક = $13 - x$

દશકનો અંક = x

∴ મળતી નવી સંખ્યા = $10x + (13-x)$

હવે, મૂળ સંખ્યામાં 45 ઉમેરતાં, મળતી નવી સંખ્યા,

$130 - 9x + 45 = 10x + (13-x)$

$\therefore\ 175 - 9x = 9x + 13$

$\therefore\ 175 - 13 = 9x + 9x$

$\therefore\ 162 = 18x$

$\therefore\ x = \frac{162}{18}$

$\therefore\ x = 9$

∴ મૂળ સંખ્યા = $130 - 9x = 130 - 9\ (9) = 130 - 81 = 49$

∴ મૂળ સંખ્યા = 49

*** જાતે ગણીએ ***

- **નીચેના દાખલા ગણો :-**

1. બે સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 7 : 9 છે. આ બે સંખ્યાઓનો સરવાળો 272 હોય, તો તે સંખ્યાઓ શોધો.
2. જો ત્રણ ક્રમિક બેકી સંખ્યાઓનો સરવાળો 246 થાય, તો તે સંખ્યાઓ કઇ હશે?
3. 5 ના ત્રણ ક્રમિક ગુણિતોનો સરવાળો 90 થાય છે તો આ ત્રણ ગુણિતો શોધો.
4. યથાર્થ પાસે રૂા.10, રૂા.20 અને રૂા.50 ની કેટલીક ચલણી નોટો છે. રૂા.20 ની નોટો રૂા.10 કરતાં બમણી છે. રૂા.50 ની નોટોની સંખ્યા રૂા.20 ની નોટો કરતાં $\frac{3}{5}$ ગણી છે. જો તેની પાસે કુલ રૂા.550 હોય, તો દરેક મૂલ્યની કેટલી ચલણી નોટો હશે?

★ **બંને બાજુ ચલ હોય તેવા સમીકરણો :-**

ઉદા.: $\frac{5x}{3} - 4 = \frac{2x}{5}$

$\therefore \frac{5x}{3} - \frac{2x}{5} = 4$

$\therefore 25x - 6x = 4 \times 15$

$\therefore 19x = 4 \times 15$

$\therefore 19x = 15 \times 4$ $\therefore 19x = 60$

$\therefore x = \frac{60}{19}$

ઉદા. : કોઈ સંખ્યાના આઠ ગણામાંથી 2 બાદ કરતાં મળતું પરિણામ તે સંખ્યાના 17 ગણામાં 25 ઉમેરતાં મળતા પરિણામ જેટલું છે. તો આ સંખ્યા શોધો.

ઉકેલઃ- ધારો કે સંખ્યા x છે.

સંખ્યાના 8 ગણામાંથી 2 બાદ કરતાં મળતું પરિણામ = $8x - 2$

તથા સંખ્યાના 17 ગણામાં 25 ઉમેરતાં મળતું પરિણામ = $17x + 25$

બંને પરિણામ સરખા છે આથી,

$8x - 2 = 17x + 25$

$\therefore 8x - 17x = 25 + 2$

$\therefore -9x = 27$

$\therefore x = \frac{27}{-9}$

$\therefore x = -3$

*** જાતે ગણીએ ***

★ **સમીકરણો ઉકેલવા :-**

1. $3x - 8 = 2x + 3$
2. $5 (x - 1) = 2 (x + 8)$
3. $\frac{1}{2} (x + 1) + \frac{1}{3} (x - 1) = \frac{5}{12} (x - 2)$

4. રાધા એક ટોપલીમાં કેટલાંક ફૂલો લઈ ત્રણ મંદિરોની એક પછી એક મુલાકાત કરે છે. દરેક મંદિરે તેની ટોપલીમાં રહેલાં ફૂલોના અડધાં ફૂલ ધરે છે. અંતમાં તેની ટોપલીમાં 3 ફૂલ વધ્યાં તો રાધા પાસે શરૂઆતમાં ટોપલીમાં કેટલા ફૂલ હશે?

5. બે વર્ષ પહેલાં, મોન્ટુની ઉંમર તેની પુત્રીની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી હતી. બે વર્ષ બાદ, મોન્ટુની ઉંમરના બમણા, તેની પુત્રીની ઉંમરના પાંચ ગણા જેટલી થશે. તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.

★ સુરેખ સ્વરૂપે બદલી શકાય તેવા સમીકરણ :-

ઉદા.: એક અપૂર્ણાંકનો છેદ તેના અંશ કરતાં 5 વધારે છે. અંશમાં 5 ઉમેરતાં અને છેદમાંથી 2 બાદ કરતાં મળતો નવો અપૂર્ણાંક $\frac{7}{5}$ છે. તો મૂળ અપૂર્ણાંક શોધો.

ઉકેલ: ધારો કે, મૂળ અપૂર્ણાંકનો $= x$

અપૂર્ણાંકનો છેદ $= x + 5$

મૂળ અપૂર્ણાંક $= \frac{x}{x+5}$

અંશમાં 5 ઉમેરતાં અને છેદમાંથી 2 બાદ કરતાં $\frac{7}{5}$ મળે છે.

તેથી, $\frac{x+5}{(x+5)-2} = \frac{7}{5}$ (આપેલ શરત મુજબ)

$\therefore \quad \frac{x+5}{x+3} = \frac{7}{5}$

$\therefore \quad 5\ (x+5) = 7\ (x+3)$

$\therefore \quad 5x + 25 = 7x + 21$

$\therefore \quad 25 - 21 = 7x - 5x$

$\therefore \quad 4 = 2x$

$\therefore \quad x = 2$

$\therefore$ મૂળ અપૂર્ણાંક $= \dfrac{x}{x+5} = \dfrac{2}{2+5} = \dfrac{2}{7}$

$\therefore$ મૂળ અપૂર્ણાંક $= \dfrac{2}{7}$

*** જાતે ગણીએ ***

1. $\dfrac{5x-7}{3x}=2$

2. $\dfrac{2y+3}{y-9}=\dfrac{2}{7}$

3. $\dfrac{4x+7}{9-3x} = \dfrac{1}{4}$

4. $\dfrac{5x-4}{6} = \dfrac{4x+1}{5}$

5. વિજય અને મોહનની હાલની ઉંમરનો ગુણાત્તર 4 : 5 છે. 5 વર્ષ પછી તેમની ઉંમરનો ગુણોત્તર 5 : 6 થશે, તો બંનેની હાલની ઉંમર શોધો.

વિદ્યાર્થીઓ માટે

1. રુદ્ર એક ટાઈપીસ્ટ તરીકે કામ કરે છે. તેને પ્રત્યેક દિવસના મહેનતાણાં પેટે રૂા. 500 મળે છે. જો તે કોઇ દિવસ ગેરહાજર રહે તો રૂા. 100 કાપી લેવામાં આવે છે. જો ફેબ્રુઆરી 2009 ના પગાર પેટે તેને રૂા. 9200 આપવામાં આવ્યા હોય, તો તે કેટલા દિવસ ગેરહાજર રહ્યો હશે?

2. દર્શકભાઇ તેમની મિલકતનો અડધો ભાગ તેમની પુત્રીને, ત્રીજો ભાગ પુત્રને અને બાકીનો ભાગ એક શૈક્ષણિક સંસ્થાને દાન પેટે આપે છે. જો દાન પેટે આપેલ રકમ 15,000 હોય, તો દર્શકભાઇ પાસે કેટલી મિલકત હશે?

પ્રકરણ 3

★ **વક્રનો ખ્યાલ :-**

પેન/પેન્સિલ ઉપાડ્યા સિવાસ કોઇ ચિત્ર/આકૃતિ (સીધી અથવા સીધી ન હોય) દોરવામાં આવે તો તેને વક્ર કહેવાય.

આ વ્યાખ્યા મુજબ રેખા એ પણ વક્ર જ છે.

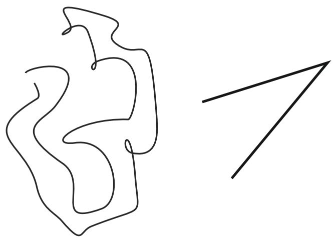
વક્ર એ સરળ (સાદો), બંધ વક્ર એમ અલગ અલગ પ્રકારમાં વર્ગીકૃત કરવામાં આવે છે.

→ **સાદો (સરળ) વક્ર :-** જો કોઇ વક્ર પોતાને ન છેદે તો તેને સાદો વક્ર કહે છે.

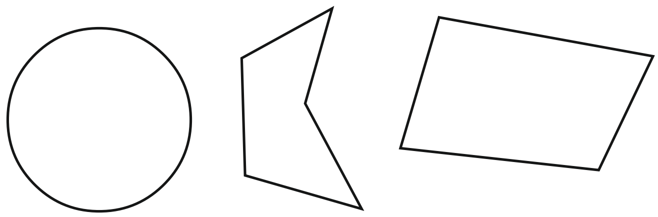
→ **બંધ વક્ર :-** જો વક્રના છેડા જોડાયેલા હોય તો તેને બંધ વક્ર કહે છે. અન્યથા તેને ખુલ્લો વક્ર કહે છે.

ચાલો કેટલાંક ઉદાહરણો દ્વારા આ બાબતને તાજી કરીએ.

સરળ વક્ર



બંધ વક્ર



★ **બહુકોણ :-**

રેખાખંડોથી બનેલ સામાન્ય (સાદો) બંધ વક્રને બહુકોણ કહે છે. બહુકોણ વિશેના કેટલાક ખ્યાલો જોઇએ તો,

→ રેખાખંડો એ બહુકોણની બાજુઓ છે.

→ જે બે બાજુઓને સામાન્ય અંત્યબિંદુ હોય તેને બહુકોણની પાસપાસેની બાજુઓ કહે છે.

→ બાજુઓની જોડના સામાન્ય અંત્યબિંદુ ને બહુકોણનું શિરોબિંદુ કહે છે.

→ પાસપાસે ન હોય તેવા બે શિરોબિંદુઓને જોડવામાં આવે તો તેને વિકર્ણ કહેવાય.

*** જાતે ગણીએ ***

★ **નીચેના પ્રશ્નોના યોગ્ય ઉત્તર આપો :-**

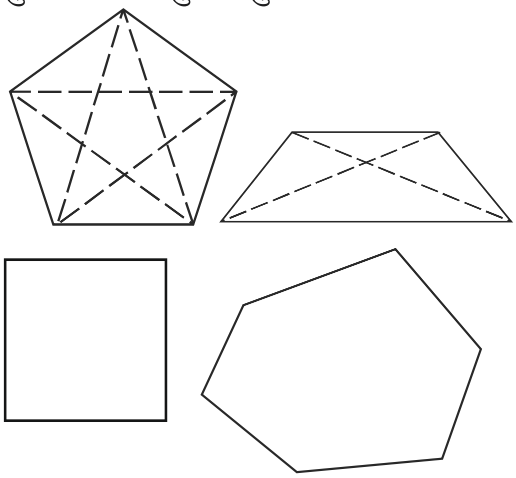
1. બહુકોણને ઓછામાં ઓછી કેટલી બાજુઓ હોય?
2. ચાર બાજુ ધરાવતા બહુકોણની રચના કરો. તેની બાજુઓ અને વિકર્ણોના નામ લખો.
3. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ $\overline{PQ}$ અને $\overline{ST}$ હોય તેને બે રીતે નામ આપો તથા ચતુષ્કોણની આકૃતિ દોરો.

4. જે ચતુષ્કોણના વિકર્ણો $\overline{MN}$ અને $\overline{LO}$ હોય તેનું નામ લખો તથા આકૃતિમાં દર્શાવો.

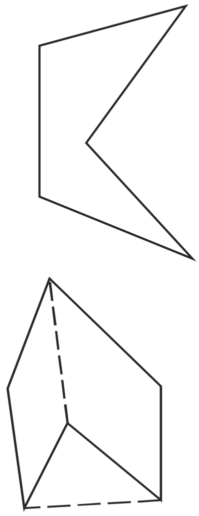
- બહુકોણનું વર્ગીકરણ:

1. બહિર્મુખ તથા અંતર્મુખ બહુકોણ:

(*a*)



(*b*)



(*a*) બહિર્મુખ બહુકોણ: જે બહુકોણના તમામ વિકર્ણો બહુકોણના અંતઃભાગમાં આવેલા હોય, તેને બહિર્મુખ બહુકોણ કહે છે. જે ઉપરોક્ત આકૃતિ (*a*) માં દર્શાવેલ છે.

(*b*) અંતર્મુખ બહુકોણ: જે બહુકોણના તમામ વિકર્ણો તેના અંતઃભાગમાં ન હોય, તેને અંતર્મુખ બહુકોણ કહે છે. જે ઉપરોકત આકૃતિ (*b*) માં દર્શાવેલ છે.

(2) નિયમિત અને અનિયમિત બહુકોણ:

(*a*) નિયમિત બહુકોણ : જે બહુકોણની બધી બાજુઓ સમાન અને બધા ખૂણાઓ સરખા માપના હોય, તેને નિયમિત બહુકોણ કહે છે.

ઉદા. સમબાજુ ત્રિકોણ, ચોરસ, નિયમિત પંચકોણ...

- **બહુકોણના ખૂણાના સરવાળાનો ગુણધર્મ:**

જો બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા '*n*' હોય, તો બહુકોણના ખૂણાના માપનો સરવાળો = (n-2) 180°

ઉદા.૧ 7 બાજુઓવાળા બહુકોણનું નામ આપો તથા તે બહુકોણના ખૂણાઓનો સરવાળો કેટલો થાય તે જણાવો.

જ. 7 બાજુઓવાળા બહુકોણને 'સપ્તકોણ' કહે છે.

7 બાજુ ધરાવતા બહુકોણના ખૂણાઓનો સરવાળો = $(n-2)\, 180^\circ$

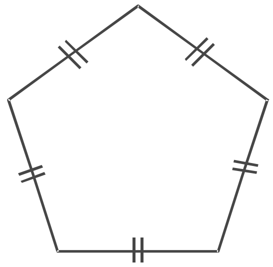
$= (7-2)\, 180^\circ$

$= (5)\,(180^\circ)$

$= 900^\circ$

ઉદા.૨ નીચેની આકૃતિમાં 'x' નું માપ શોધો.

જ. આકૃતિમાં નિયમિત પંચકોણ આપેલ છે.



$\therefore$ તેના પ્રત્યેક ખૂણાનું માપ $= x^\circ$

$\therefore$ પંચકોણના ખૂણાઓના માપનો સરવાળો $= 540^\circ$

$\therefore$ $5x = 540^\circ$

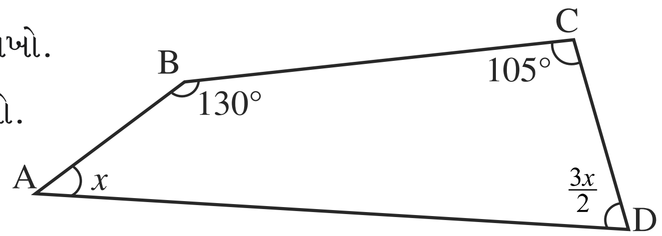
$\therefore$ $x = \dfrac{540}{5} = 108^\circ$

$\therefore$ $x = 108^\circ$

*** જાતે ગણીએ ***

★ **નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ ઉત્તર લખો :-**

1. ષટ્કોણના વિકર્ણોની સંખ્યા __________ છે. (7, 9, 10)
2. ચતુષ્કોણના ખૂણાનો સરવાળો = __________ × ત્રિકોણના ખૂણાનો સરવાળો (2, 3, 4)
3. જેના શિરોબિંદુઓ P, Q, R, S અને T હોય તેવો એક બહિર્મુખ બહુકોણ અને એક અંતર્મુખ બહુકોણ રચો. તેના વિકર્ણોના નામ લખો.
4. ચતુષ્કોણ ABCD માં x નું માપ શોધો.



★ **બહુકોણનાં બહિષ્કોણનાં માપનો સરવાળો :-**

→ બહુકોણનાં બહિષ્કોણનાં માપનો સરવાળો 360° થાય છે. (ક્રમમાં લેવામાં આવે તો)

→ નિયમિત બહુકોણ માટે બાજુઓની સંખ્યા હોય 'n' તો,

પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ $= \dfrac{360^\circ}{n}$

અથવા

બાજુઓની સંખ્યા $= \dfrac{360}{\text{પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ}}$

ઉદા.૩ આપેલ આકૃતિમાં x નું માપ શોધો.

જ. આપેલ આકૃતિમાં,

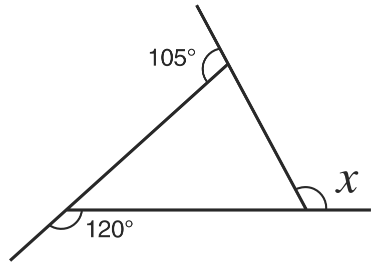
ત્રિકોણના બહિષ્કોણના માપનો સરવાળો $= 360^\circ$

$\therefore\ x + 105^\circ + 120^\circ = 360^\circ$

$\therefore\ x + 225^\circ = 360^\circ$

$\therefore\ x = 360^\circ - 225^\circ$

$\therefore\ x = 145^\circ$



ઉદા.4 9 બાજુ ધરાવતા નિયમિત બહુકોણના બહિષ્કોણનું માપ શોધો.

જ. પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ $= \dfrac{360^\circ}{n} = \dfrac{360^\circ}{9} = 40^\circ$

$\therefore$ પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ $= 40^\circ$

*** જાતે ગણીએ ***

- **નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ ઉત્તર લખો :-**

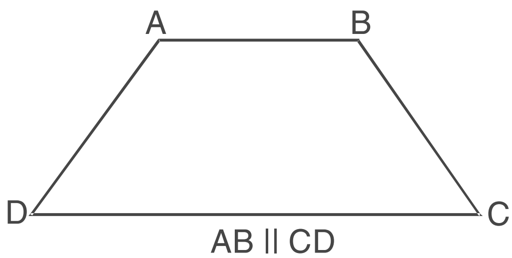
1. જે નિયમિત બહુકોણના બહિષ્કોણનું માપ 60° હોય, તે નિયમિત બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા શોધો.
2. જો નિયમિત પંચકોણના પ્રત્યેક બહિષ્કોણનું માપ '$2a$' જેટલું હોય, તો a ની કિંમત શોધો.
3. 12 બાજુઓ ધરાવતા નિયમિત બહુકોણના બહિષ્કોણનું માપ શોધો.

★ **ચતુષ્કોણના પ્રકાર :-**

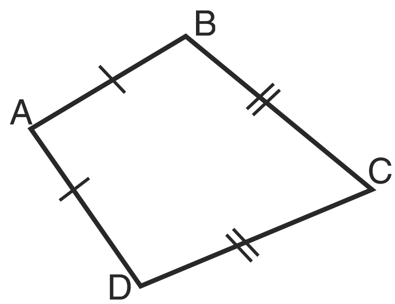
1. **સમલંબ ચતુષ્કોણ :-** જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની ફક્ત એક જ જોડની બાજુઓ સમાંતર હોય તેને સમલંબ ચતુષ્કોણ કહે છે. (આકૃતિ-1)

2. **પતંગ (પતંગાકાર) ચતુષ્કોણ :-**

આ પ્રકારના ચતુષ્કોણમાં પાસ-પાસેની બાજુઓની બે અલગ જોડ સમાન લંબાઈ ધરાવતી હોય છે. (આકૃતિ -2)



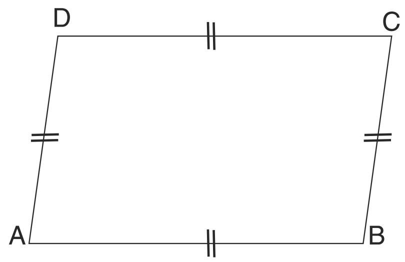
(આકૃતિ-1)



(આકૃતિ -2)

→ પતંગાકાર ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને કાટખૂણે છેદે છે.

3. **સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ :-**



જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની બંને જોડની બાજુઓ સમાન અને સમાંતર હોય, તેવા ચતુષ્કોણને સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.

● **ગુણધર્મો :-**

→ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન હોય છે.

→ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના સામસામેના ખૂણાઓના માપ સમાન હોય છે.

→ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના પાસપાસેના ખૂણાઓના માપ એકબીજાના પૂરક હોય છે.

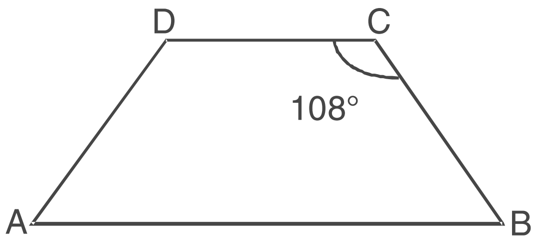
→ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો એકબીજાને દુભાગે છે.

ઉદા. 5 ચતુષ્કોણ ABCD માં AB || CD છે. $\angle C = 108^o$ હોય તો $\angle B$ નું માપ શોધો.

જ.: અહીં, AB || CD છે.

તે સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.

વળી, AB || CD તથા BC તેની છેદિકા થાય.



$\therefore \quad \angle ABC + \angle BCD = 180^o$

(છેદિકાની એક તરફના અંતઃકોણો)

$\therefore \quad \angle ABC + 108^o = 180^o$

$\therefore \quad \angle ABC = 180^o - 108^o$

$\therefore \quad \angle ABC = 72^o$

ઉદા. 6 કોઈ ચતુષ્કોણના ક્રમિક ખૂણાઓના માપનો ગુણોત્તર 3:4:5:6 છે. તો આ ખૂણાઓનાં માપ શોધો. શું આ ચતુષ્કોણ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ બનશે? તમારા જવાબનું કારણ આપો.

જ. : ધારો કે, ચતુષ્કોણના ખૂણાઓના માપ $3x$, $4x$, $5x$ અને $6x$ છે.

$\therefore \quad 3x + 4x + 5x + 6x = 360^o$

$\therefore \quad 18x = 360^o$

$\therefore \quad x = 20^o$

$\therefore$ ચતુષ્કોણના ખૂણાઓ, $3x = 3(20) = 60^o$

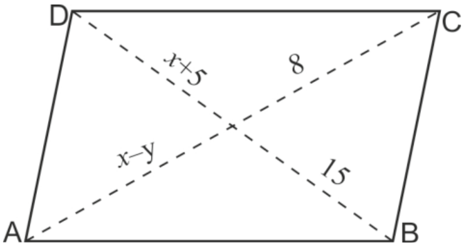
$4x = 4(20) = 80^o$

$5x = 5(20) = 100^o$

$6x = 6(20) = 120^o$ થાય.

આ ચતુષ્કોણ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ન બને. કારણ કે, તેના સામસામેના ખૂણાોના માપ સમાન નથી.

ઉદા. 7 આપેલ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં x અને y ની કિંમત શોધો.



જ. : સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર દુભાગે છે.

(1) $x + 5 = 15$ તથા (2) $x - y = 8$ થાય.

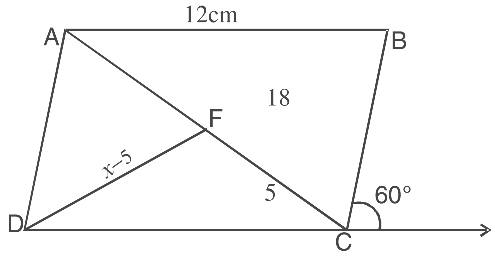
હવે, $x + 5 = 15$	x ની કિંમત સમી. 2 માં મૂકતાં,
$\therefore x = 15 - 15$	$10 - y = 8$
$\therefore x = 10$	$\therefore 10 - 8 = y$
	$\therefore y = 2$

*** જાતે ગણીએ ***

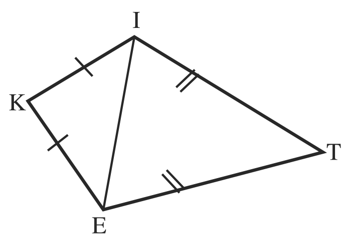
1. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણના પાસપાસેના માપનો ગુણોત્તર 3:7 છે. તો દરેક ખૂણાનું માપ શોધો.

2. સમલંબ ચતુષ્કોણ PQRS માં PQ || RS છે. તથા $\angle P = 95^o$ હોય તો $\angle S$ નું માપ શોધો.

3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓના માપ $3x + 2$ અને $5x - 4$ હોય તો બાજુઓના માપ શોધો.



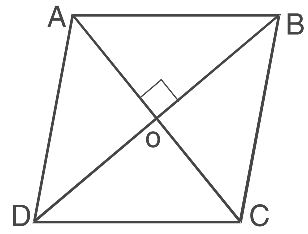
4. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD માં F એ AC નું મધ્યબિંદુ છે. આપેલી આકૃતિ પરથી CD, BC, $\angle A$, $\angle B$ તથા BD ના માપ શોધો.



5. પતંગાકાર ચતુષ્કોણ KITE માં $\angle ITE = 80^o$ તથા $\angle IKE = 70^\circ$ હોય તો $\angle KIT = 80^\circ$ અને $\angle KET$ ના માપ શોધો.

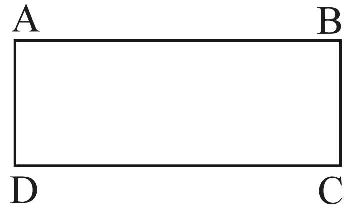
★ **વિશિષ્ટ સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ :-**

4. સમબાજુ ચતુષ્કોણ :- જે સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુઓની લંબાઈ સમાન હોય તેને સમબાજુ ચતુષ્કોણ કહે છે.



ગુણધર્મો :- સમબાજુ ચતુષ્કોણ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના તમામ ગુણધર્મો ધરાવે છે તે ઉપરાંત સમબાજુ ચતુષ્કોણના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે.

5. લંબચોરસ :- જે સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના બધા ખૂણા સમાન માપના (કાટખૂણા) હોય તેને લંબચોરસ કહે છે.



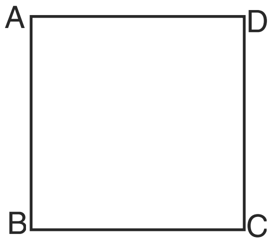
ગુણધર્મો :-

→ લંબચોરસના બધા જ ખૂણા કાટખૂણા હોય છે.

→ લંબચોરસના વિકર્ણોના માપ સરખા હોય છે.

આ ઉપરાંત સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણના તમામ ગુણધર્મો ધરાવે છે.

6. ચોરસ :- તે સમાન લંબાઈ ધરાવતો લંબચોરસ છે.



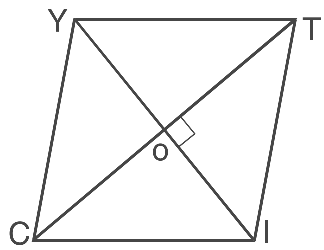
ગુણધર્મો :-

→ લંબચોરસના તમામ ગુણધર્મો ઉપરાંત, ચોરસના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે.

ઉદા. 8 CITY એક સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

YI = 10 સેમી, IT = 13 સેમી હોય તો ચતુષ્કોણ ના બીજા વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

જ. સમબાજુ ચતુષ્કોણ ના વિકર્ણો પરસ્પર કાટખૂણે દુભાગે છે.



∴ આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ

∴ $YO = OI = \frac{1}{2} YI = \frac{1}{2}(10) = 5$ સેમી

હવે, $IT = 13$ સેમી

∴ $CI = TY = CY = 13$ સેમી

હવે, COY માં, $\angle O = 90°$,

∴ પાયથાગોરસ મુજબ

$CY^2 = CO^2 + OY^2$

$\therefore \quad 13^2 = CO^2 + 5^2$

$\therefore \quad 169^2 = CO^2 + 25$

$\therefore \quad CO^2 = 169 - 25$

$\therefore \quad CO^2 = 144$

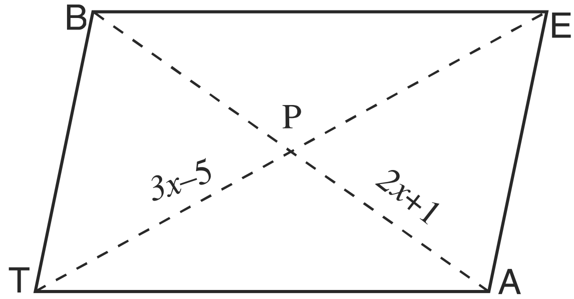
$\therefore \quad CO = 12$ સેમી

$\therefore \quad CT = 2\,[CO] = 2(12) = 24$ સેમી

$\therefore$ બીજા વિકર્ણની લંબાઈ 24 સેમી થાય.

ઉદા. 9 BEAT લંબચોરસ છે. તેમાં, $PT = 3x - 5$, $AP = 2x + 1$ હોય તો AB નું માપ શોધો.

જ. : લંબચોરસના વિકર્ણો સમાન લંબાઈ ધરાવે છે. તથા પરસ્પર દુભાગે છે.



$\therefore PT = AP$ થાય.

$\therefore 3x - 5 = 2x + 1$

$\therefore 3x - 2x = 1 + 5$

$\therefore 3x - 2x = 1 + 5$

$\therefore x = 6$

$\therefore AB = 2\,(2x + 1) = 2\,[2(6) + 1] = 2\,(12+1)$

$= 2\,(13)$

$= 26$ સેમી.

*** જાતે ગણીએ ***

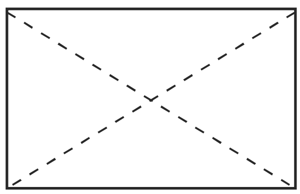
- **નીચેના પ્રશ્નોના માગ્યા મુજબ ઉત્તર લખો :-**

1. નીચેના વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં તે જણાવો.

   (a) પ્રત્યેક સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ સમલંબ ચતુષ્કોણ છે.

   (b) દરેક સમબાજુ ચતુષ્કોણ ચોરસ છે.

2. અર્ચિતભાઈના પ્લોટનો આકાર લંબચોરસ છે. તેના વિકર્ણોની લંબાઈ $4x + 5$ સેમી. તથા $7x - 4$ સેમી. છે તો વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.



3. DEAR સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે તેના વિકર્ણોની લંબાઈ અનુક્રમે 30 સેમી. અને 16 સેમી. છે. તો આ ચતુષ્કોણની પરિમિતિ શોધો.

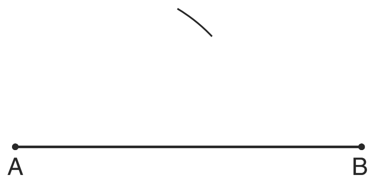
પ્રકરણ 4

અગાઉના ધોરણમાં રેખાખંડની રચના, આપેલ રેખા પરના બિંદુ પરથી લંબરેખાની રચના, ખૂણાની નકલ રચવી, રેખાખંડના લંબદ્વિભાજકની રચના શીખી ગયા છીએ. તે પૈકી કેટલીક રચનાઓ વિશે આપણું જ્ઞાન તાજું કરી લઈએ.

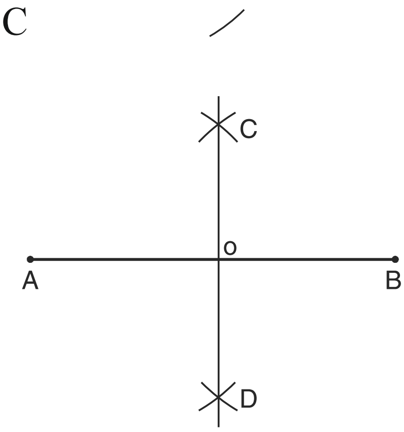
→ **રેખાખંડના લંબદ્વિભાજકની રચના :-**

પગલું : 1 કોઈપણ લંબાઈનો રેખાખંડ $\overline{AB}$ દોરો.

પગલું : 2 A ને કેન્દ્ર લઈ $\overline{AB}$ ના બંને અર્ધતલમાં ચાપ રચો.
(ત્રિજ્યા $\overline{AB}$ ના અડધાથી વધુ હોવી જોઈએ.)



પગલું : 3 એટલી જ ત્રિજ્યા અને B ને કેન્દ્ર લઈ ફરીથી $\overline{AB}$ ના બંને અર્ધતલમાં ચાપ રચો. જે અગાઉ રચેલા ચાપને C અને D માં છેદે.

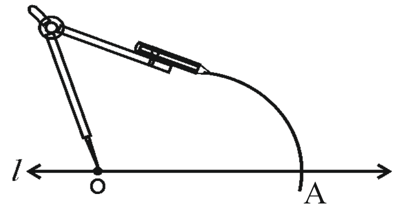


પગલું : 4 $\overline{CD}$ જોડો. તે $\overline{AB}$ ને O માં છેદે છે. જ્યાં O એ $\overline{AB}$નું મધ્યબિંદુ છે તથા $\overline{CD}$ એ $\overline{AB}$ ને લંબ છે.
∴ $\overline{CD}$ એ $\overline{AB}$ નો લંબદ્વિભાજક છે.

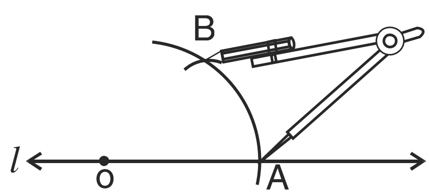
★ **ખૂણાની રચના :-**

પગલું : 1 એક રેખા l દોરો અને તેના પર O બિંદુ દર્શાવો.

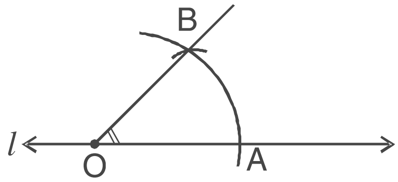
પગલું : 2 પરિકરની અણી O પર ગોઠવો અને અનુકૂળ ત્રિજ્યા લઈ ચાપ દોરો, જે રેખા l ને બિંદુ A માં છેદે.



પગલું : 3 હવે A ને કેન્દ્ર લઈ એટલી જ ત્રિજ્યાથી બીજી ચાપ દોરો. જે O માંથી પસાર થાય.

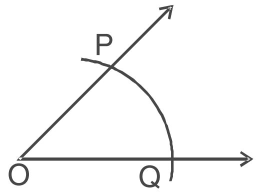


પગલું : 4 બંને ચાપ B માં છેદે છે. $\overline{OB}$ જોડો.
આમ કરવાથી ∠AOB મળે
જેનું માપ 60° છે.



★ **ખૂણાના દ્વિભાજકની રચના :-**

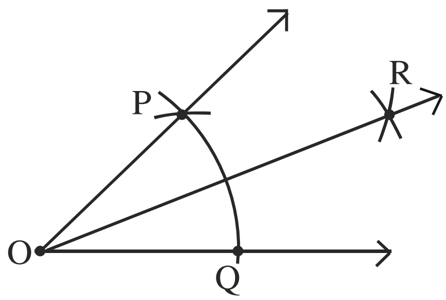
ધારો કે, ∠O = 60° છે.



પગલું : 1 પરિકરથી O ને કેન્દ્ર તરીકે લઈ એક ચાપ દોરો.
જે ∠O ના બંને કિરણોને છેદે. છેદબિંદુઓને P અને
Q નામ આપો.

પગલું : 2 Q ને કેન્દ્ર લઈ લંબાઈ PQ ના અડધા કરતાં વધુ ત્રિજ્યા
લઈ ∠O ના અંદરના ભાગમાં ચાપ દોરો.

પગલું : 3 એટલી જ ત્રિજ્યા તથા P ને કેન્દ્ર લઈ
બીજી ચાપ દોરો. જે પ્રથમ ચાપને Rમાં છેદે.
$\overline{QR}$ એ ∠O નો દ્વિભાજક છે.
∴ ∠POR = ∠ROQ = 30°



બાળમિત્રો, અગાઉનાં ધોરણમાં તમે ત્રિકોણ કઈ રીતે દોરવો તે શીખ્યા છો. હવે ચતુષ્કોણ વિશે શીખીએ. નિશ્ચિત ચતુષ્કોણ રચવા માટે પાંચ માપ હોવા જરૂરી છે.

1. ચાર બાજુ અને એક વિકર્ણની લંબાઈ આપ્યા હોય.

ચતુષ્કોણ ABCD ની રચના કરો જેમાં,

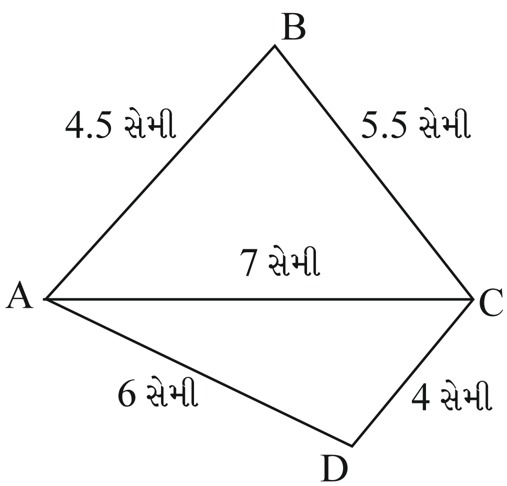
AB = 4.5 સેમી

BC = 5.5 સેમી

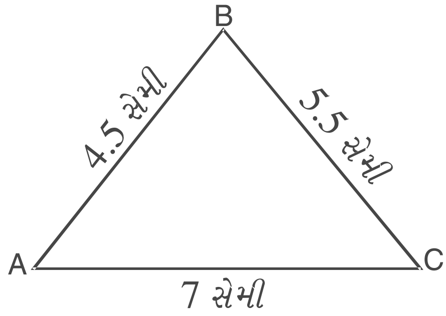
CD = 4 સેમી

AD = 6 સેમી

AC = 7 સેમી



સોપાન - 1



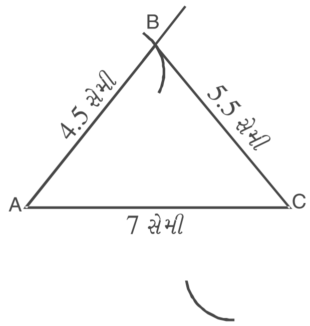
સૌપ્રથમ AC = 7 સેમી રચો.

A ને કેન્દ્ર રાખી 4.5 સેમી ત્રિજ્યા લઇ એક ચાપ દોરો.

ત્યારબાદ C ને કેન્દ્ર લઇ 5.5 સેમી ત્રિજ્યા લઇ ચાપ દોરો.

જે અગાઉના ચાપને છેદે ત્યાં B નામ આપો.

સોપાન - 2

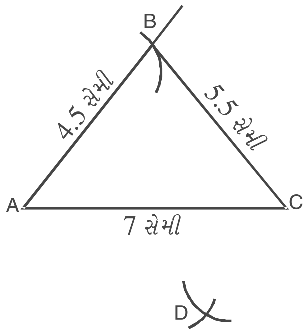


હવે, AC ના નીચેના અર્ધતલમાં C ને કેન્દ્ર લઇ

4 સેમી લંબાઇની ત્રિજ્યા લઇ ચાપ દોરો.

(કારણ કે, CD = 4 સેમી આપેલ છે.)

સોપાન - 3

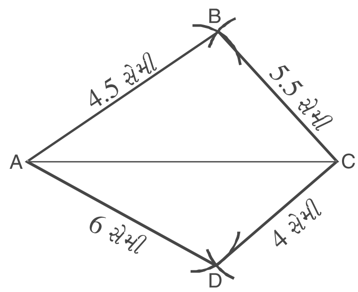


હવે A ને કેન્દ્ર લઇ 6 સેમી ત્રિજ્યા લઇ

AC ના નીચેના અર્ધતલમાં ચાપ દોરો.

જે અગાઉના ચાપને છેદે ત્યાં D નામ આપો.

સોપાન - 4



$\overline{AD}$ અને $\overline{CD}$ રચો.

આમ, ABCD એ માગ્યા મુજબનો ચતુષ્કોણ છે.

*** જાતે ગણીએ ***

નીચેના ચતુષ્કોણની રચના કરો.

1) ચતુષ્કોણ BEAR જ્યાં
BE = 6 cm
AE = 7 cm
AR = 6 cm AB = 9 cm
BR = 5 cm

2) સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ PEAK
PE = 8 cm
EA = 7 cm
AP = 10 cm

3) સમબાજુ ચતુષ્કોણ PQRS જ્યાં

PQ = 5.5 cm

PR = 7.5 cm

૪) ચતુષ્કોણ STEP

ST = 6.5 cm

TE = 6 cm TP = 10 cm

EP = 5.5 cm SP = 5 cm

---

2. જ્યારે બે વિકર્ણ અને ત્રણ બાજુ આપી હોય.

ચતુષ્કોણ GOLD ની રચના કરો. જેમાં,

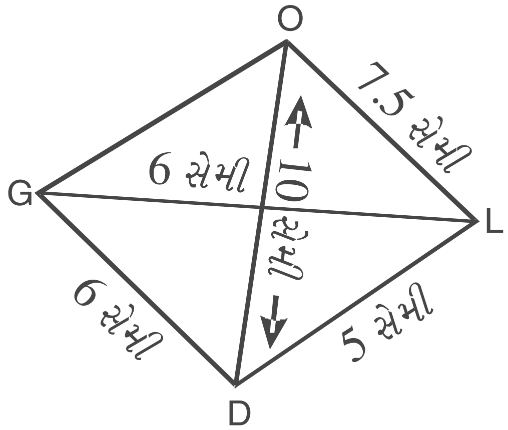
OL = 7.5 cm કાચી આકૃતિ

GL = 6 cm

GD = 6 cm

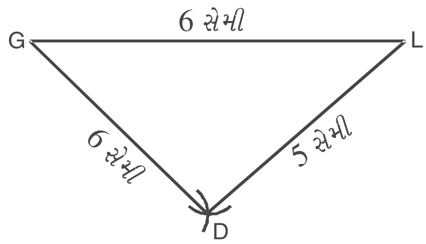
LD = 5 cm

OD = 10 cm



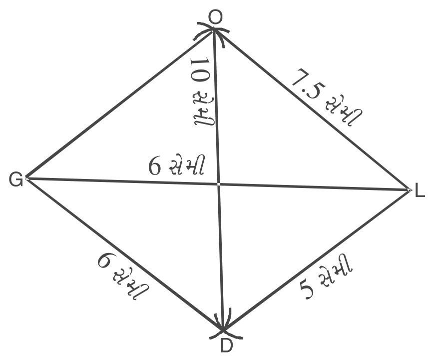
સોપાન - 1

સૌપ્રથમ GL = 7 સેમી રચો. ત્યારબાદ L ને કેન્દ્ર લઇ 5 સેમી ત્રિજ્યા લઇ GL ના નીચેના (કે ઉપરના અર્ધતલમાં ચાપ રચો. હવે, G ને કેન્દ્ર લઇ 6 સેમી ત્રિજ્યા લઇ તે જ અર્ધતલમાં ચાપ રચો. જે અગાઉના ચાપને છેદે ત્યાં D નામ આપો.



સોપાન - 2

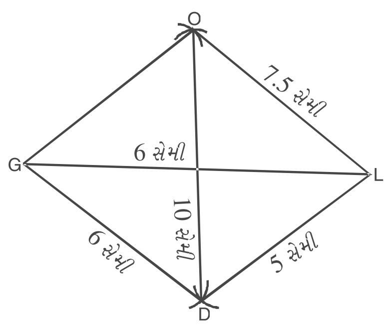
હવે D ને કેન્દ્ર લઇ 10 સેમી ત્રિજ્યા લઇ GL ના ઉપરના અર્ધતલમાં ચાપ દોરો. ત્યારબાદ L ને કેન્દ્ર લઇ તે જ અર્ધતલમાં 7.5 cm ત્રિજ્યા લઇ ચાપ રચો.આ બંને ચાપ જ્યાં છેદે ત્યાં O નામ આપો.



સોપાન - 3

હવે $\overline{GO}$ રચો.

ચતુષ્કોણ GOLD માગેલ ચતુષ્કોણ છે.



* જાતે ગણીએ *

- **નીચેના ચતુષ્કોણની રચના કરો.**

૧) ચતુષ્કોણ TAXY, જ્યાં

TA = 6.5 cm

AX = 5 cm

TY = 7 cm

TX = 10 cm

AY = 7.5 cm

૨) ચતુષ્કોણ TRUE, જ્યાં

TR = 6 cm

EU = 6 cm

RU = 5 cm

TU = 7 cm

RE = 6.5 cm

૩) ચતુષ્કોણ GAME, જ્યાં

GM = 5 cm

AE = 4.5 cm

EM = 4.8 cm

AM = 5 cm

૪) ચતુષ્કોણ PLAY, જ્યાં

AL = 5.5 cm

PL = 5.5 cm

PY= 5.8 cm

YL = 6 cm

AP = 5.8 cm

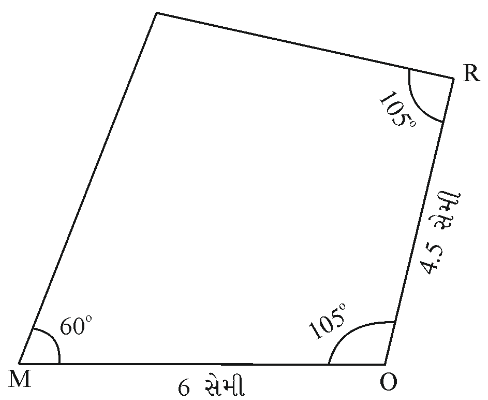
3. **પાસપાસેની બે બાજુઓ અને ત્રણ ખૂણા જાણતા હોઈએ.**

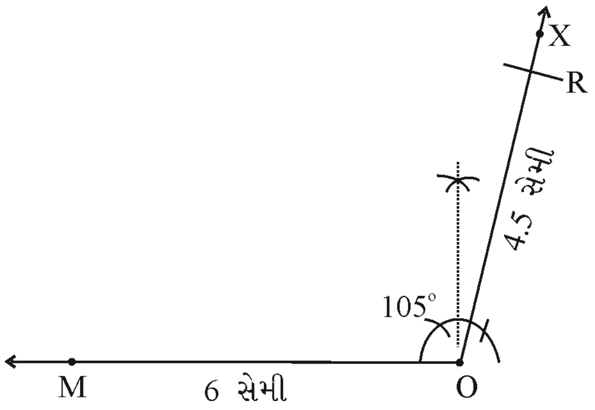
- ચતુષ્કોણની રચના કરો કે, જેમાં

MO = 6 સેમી $\angle M = 60^o$ $\angle O = 105^o$ $\angle R = 105^o$

OR = 4.5 સેમી

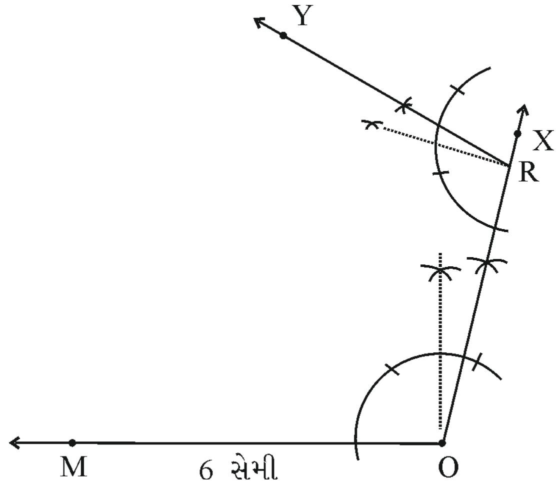
કાચી આકૃતિ :

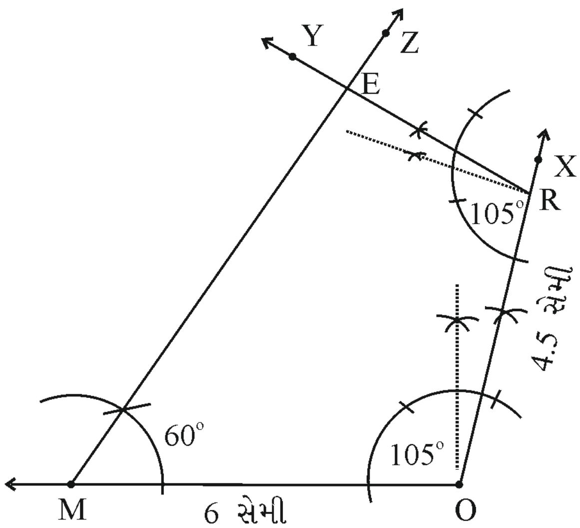




સોપાન : 1 સૌપ્રથમ 6 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ MO રચો. ત્યારબાદ બિંદુ O પર $\angle MOX = 105^\circ$ રચો.

સોપાન : 2 હવે, O કેન્દ્ર લઈ 4.5 સેમી ત્રિજ્યા લઈ $\overrightarrow{OX}$ પર ચાપ દોરો. જ્યાં R પર $\angle ORY = 105^\circ$ થાય તે રીતે કિરણ RY રચો.





સોપાન : 3 હવે, M પર $\angle ZMO = 60^\circ$ થાય તે રીતે કિરણ MZ રચો. કિરણ MZ અને RY જ્યાં છેદે ત્યાં E નામ આપો.

આમ, MORE માગેલો ચતુષ્કોણ છે.

*** જાતે ગણીએ ***

1. PQRS જેમાં, PQ = 7 સેમી, QR = 5 સેમી, $\angle P = 75^\circ$, $\angle Q = 90^\circ$, $\angle R = 105^\circ$

2. સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ PEAK જેમાં, PE = 5.5 સેમી, EA = 4.5 સેમી, $\angle P = 135^\circ$, $\angle E = 45^\circ$

3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ ABCD જેમાં, AB = 6 સેમી, BC = 4.5 સેમી, $\angle A = 80^o$

4. ચોરસ LIKE જેમાં, LI = 5 સેમી

---

4. જ્યારે ત્રણ બાજુ અને બે અંતર્ગત ખૂણા આપ્યા હોય.

- ચતુષ્કોણ રચો, જેમાં

  TR = 3.5 સેમી

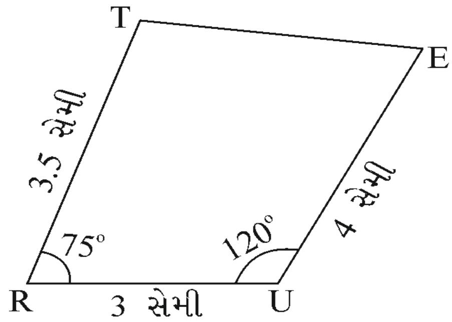
  RU = 3 સેમી

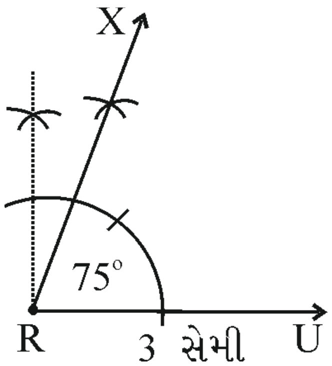
  UE = 4 સેમી

  $\angle R = 75^o$

  $\angle U = 120^o$

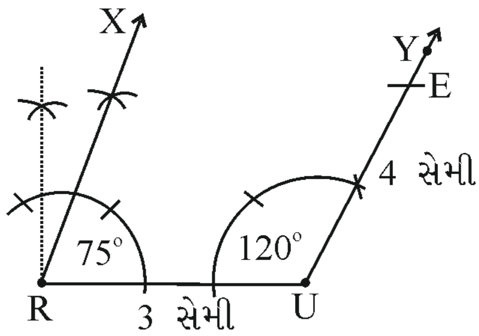
કાચી આકૃતિ

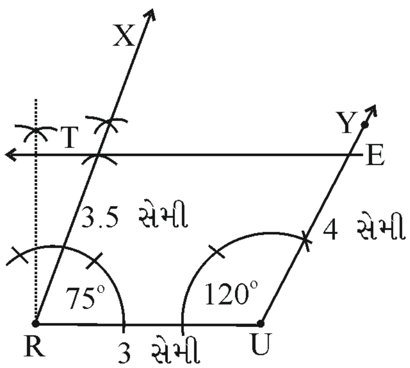




સોપાન : 1 સૌપ્રથમ 3 સેમી લંબાઈનો રેખાખંડ RU રચો. હવે, $\angle XRU = 75^o$ થાય તે રીતે $\overrightarrow{RX}$ રચો.

સોપાન : 2 હવે, બિંદુ U પર $\angle RUY = 120^o$ થાય તે રીતે $\overrightarrow{UY}$ રચો. ત્યારબાદ U ને કેન્દ્ર લઈ 4 સેમી ત્રિજ્યા લઈ $\overrightarrow{UY}$ પર ચાપ દોરો. જે $\overrightarrow{UY}$ ને E માં છેદે છે.





સોપાન : 3 હવે, $\overrightarrow{RX}$ પર R ને કેન્દ્ર તરીકે લઈ 3.5 સેમી ત્રિજ્યાનો ચાપ રચો. જે $\overrightarrow{RX}$ ને T માં છેદે. TE ને જોડો.

આમ, ચતુષ્કોણ TRUE એ માંગેલ ચતુષ્કોણ છે.

* જાતે ગણીએ *

- **નીચેના ચતુષ્કોણની રચના કરો.**

1. TRAP જ્યાં, TR = 6 સેમી, RA = 5 સેમી, AP = 5.5 સેમી, $\angle R = 60^o$, $\angle A = 90^o$
2. DEAR જ્યાં, DE = 5 સેમી, EA = 5 સેમી, AR = 7 સેમી, $\angle E = 110^o$, $\angle A = 80^o$
3. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ FACE જ્યાં, FA = 8 સેમી, $\angle F = 45^o$, AC = 6 સેમી
4. ચોરસ CAKE જ્યાં, CA = 6 સેમી
5. સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ MNOP જ્યાં, MN = 5 સેમી, $\angle M = 75^o$
6. લંબચોરસ MILK જ્યાં, MI = 8 સેમી, IL = 6 સેમી

પ્રકરણ 5

- **માહિતી :**

→ કોઈ ચોક્કસ ઉદ્દેશ્ય કે હેતુ માટે એકત્રિત કરવામાં આવતા આંકડાઓ / સંખ્યાને માહિતી કહી શકાય.

→ માહિતીને વ્યવસ્થિત રીતે દર્શાવવા આવૃત્તિ ચિહ્નો ('|') નો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. પાંચના જૂથને દર્શાવવા '卌' સંકેતનો ઉપયોગ થાય છે.

→ માહિતીને વધુ અસરકારક રીતે દર્શાવવા ચિત્ર-આલેખ, લંબઆલેખ, દ્વિલંબાલેખ, સ્તંભાલેખ અને વર્તુળ આલેખ સ્વરૂપે દર્શાવવામાં આવે છે.

→ ચિત્ર-આલેખમાં માહિતીને ચિત્ર દ્વારા રજૂ કરવામાં આવે છે. એક ઉદાહરણ દ્વારા માહિતીનું સંગઠન અને ચિત્ર-આલેખનું પુનરાવર્તન કરી લઈએ.

ઉદાહરણ : 1 આપેલ માહિતીને આવૃત્તિ-કોષ્ટકમાં ગોઠવો.

20 વિદ્યાર્થીઓના વર્ગમાં પસંદગીની ઋતુ (શિયાળો, ઉનાળો અને ચોમાસુ) અંગે સર્વે કરવામાં આવ્યો. જેના પરિણામ નીચે મુજબ છે.

શિયાળો, ઉનાળો, શિયાળો, ચોમાસુ, ઉનાળો, ઉનાળો, શિયાળો, શિયાળો, ચોમાસુ, ચોમાસુ, ઉનાળો, શિયાળો, શિયાળો, શિયાળો, ઉનાળો, ચોમાસુ, ચોમાસુ, શિયાળો, શિયાળો, ઉનાળો.

જવાબ :

પસંદગીની ઋતુ	આવૃત્તિચિહ્ન	સંખ્યા
શિયાળો	卌 ||||	9
ઉનાળો	卌 |	6
ચોમાસુ	卌	5

ઉદાહરણ : 2 આપેલ માહિતીને ચિત્ર-આલેખમાં દર્શાવો.

= 3 વિદ્યાર્થી

જવાબ :

ઋતુ	વિદ્યાર્થીની સંખ્યા
શિયાળો	
ઉનાળો	
ચોમાસુ	

* જાતે ગણીએ *

1. એક બ્લડબેંક દ્વારા એક અઠવાડિયા દરમ્યાન એકત્ર થયેલ બ્લડબોટલની માહિતી અત્રે આપેલ છે. આ માહિતીને ચિત્ર-આલેખ દ્વારા દર્શાવો તથા પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

વાર	બ્લડબોટલની સંખ્યા
સોમવાર	15
મંગળવાર	20
બુધવાર	10
ગુરુવાર	25
શુક્રવાર	15
શનિવાર	20
રવિવાર	35

(1) સૌથી વધુ બોટલ કયા દિવસે એકત્ર થઈ ?

(2) કયા કયા દિવસોએ સરખી સંખ્યામાં બ્લડબોટલ એકત્ર થઈ ?

(3) કયા-કયા દિવસે અગાઉના દિવસ કરતાં ઓછી બ્લડબોટલ એકત્ર કરવામાં આવી ?

2. વિજય 30 વખત પાસો ફેંકે છે અને દરેક વખતે પાસા પરનો અંક નોંધે છે. જેની નીચે મુજબ છે. તેને આવૃત્તિ-ચિહ્નના ઉપયોગ દ્વારા કોષ્ટકમાં દર્શાવો.

1 3 4 5 6 2 1 3 4 6 5 3 2 1 5

2 4 6 5 3 1 3 4 6 2 5 4 3 4 2

નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો. (કોષ્ટક પરથી)

(1) સૌથી વધુ વખત કયો અંક આવ્યો ?

(2) સૌથી ઓછી વખત કયો અંક આવ્યો ?

(3) બેકી સંખ્યાનો અંક કેટલી વખત આવે છે ?

(4) પાસા પર અવિભાજ્ય સંખ્યા આવે તેવું કેટલી વાર બન્યું ?

• લંબઆલેખ દોરવા અને તેનું અર્થઘટન :

માહિતીને ચિત્ર-આલેખ દ્વારા રજૂ કરવામાં ઘણો સમય લાગે છે તથા તે ઘણું મુશ્કેલ કાર્ય છે. જો માહિતીને સમાન પહોળાઈ ધરાવતા સ્તંભો (લંબ) વડે દર્શાવવામાં આવે તો આવા સ્તંભોની ઊંચાઈએ ચોક્કસ સંખ્યા દર્શાવશે. આવા આલેખને લંબ-આલેખ કહે છે.

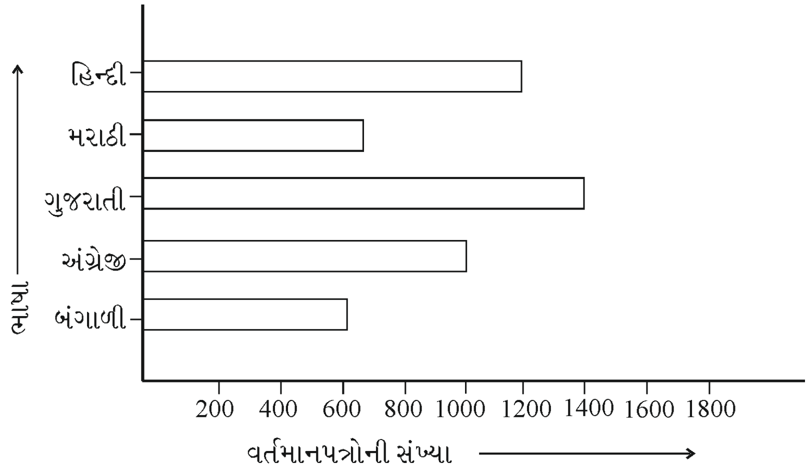
→ લંબ-આલેખમાં માહિતીને દર્શાવવા પ્રમાણમાપ ખૂબ અગત્યનો ભાગ ભજવે છે. માહિતીના મૂલ્યો અનુસાર પ્રમાણમાપ લેવાથી આલેખ વધુ સરળ અને અસરકાર રીતે માહિતી દર્શાવી શકે છે. ચાલો, કેટલાક ઉદાહરણો જોઈએ.

ઉદાહરણ : 3 નીચે આપેલા લંબ-આલેખનો અભ્યાસ કરી પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(1) આલેખ કઈ બાબત દર્શાવે છે ?

(2) કઈ બે ભાષાના વર્તમાનપત્રોનું વિતરણ સમાન છે ?

(3) કઈ ભાષાના વર્તમાનપત્રોનું વિતરણ સૌથી વધુ છે ? કેટલું ?



જવાબ : (1) આલેખ વિવિધ ભાષાના વર્તમાનપત્રોના વિતરણની સંખ્યા દર્શાવે છે.

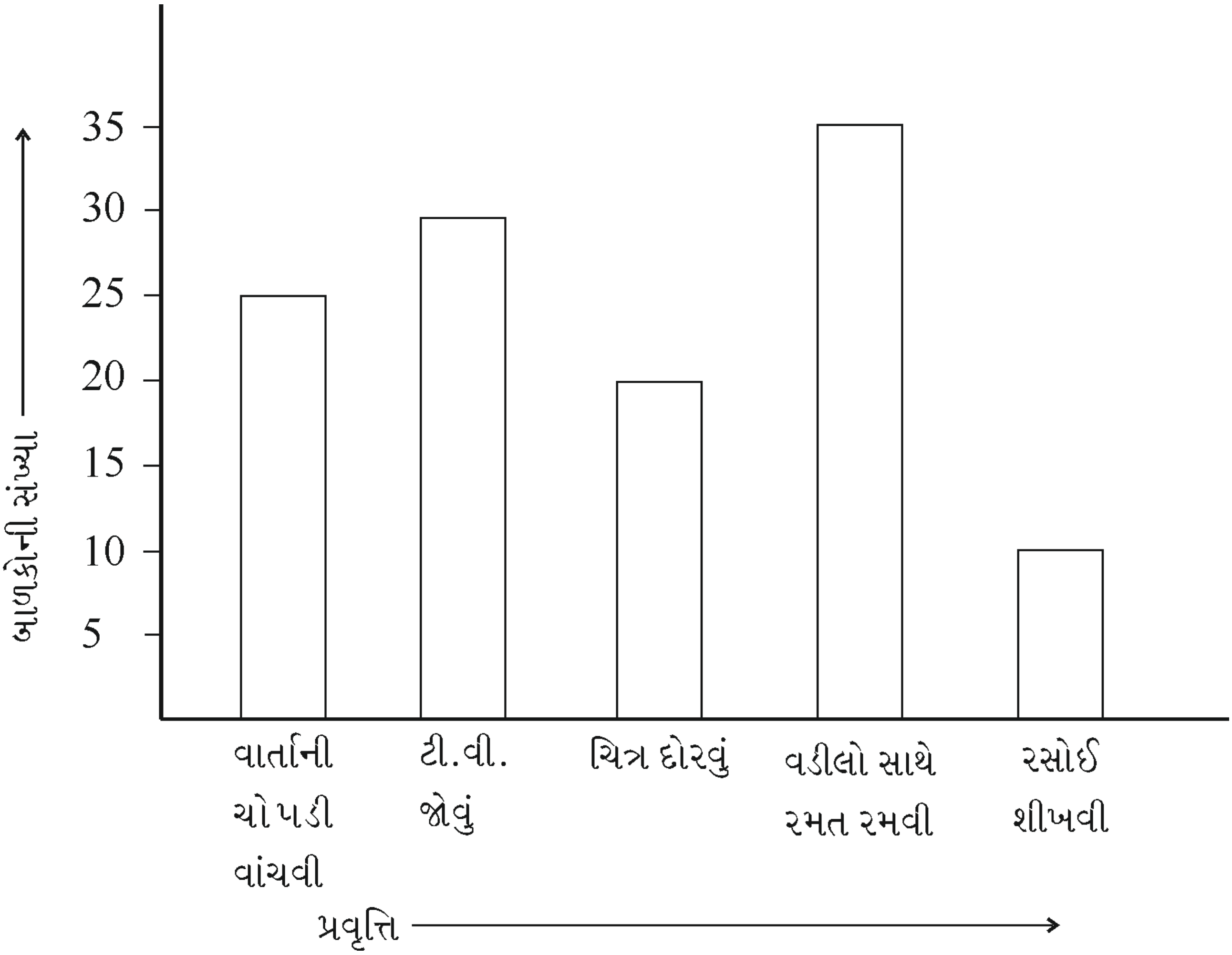
(2) બંગાળી અને મરાઠી ભાષાના વર્તમાનપત્રોનું વિતરણ સમાન છે.

(3) ગુજરાતી ભાષાના વર્તમાનપત્રોનું વિતરણ સૌથી વધુ છે. તેની સંખ્યા 1400 છે.

ઉદાહરણ : 4 લોકડાઉન દરમ્યાન 120 બાળકો દ્વારા કરવામાં આવેલ પ્રવૃત્તિઓની માહિતી નીચેના કોષ્ટકમાં આપેલ છે. આ માહિતીને લંબ-આલેખ દ્વારા દર્શાવો.

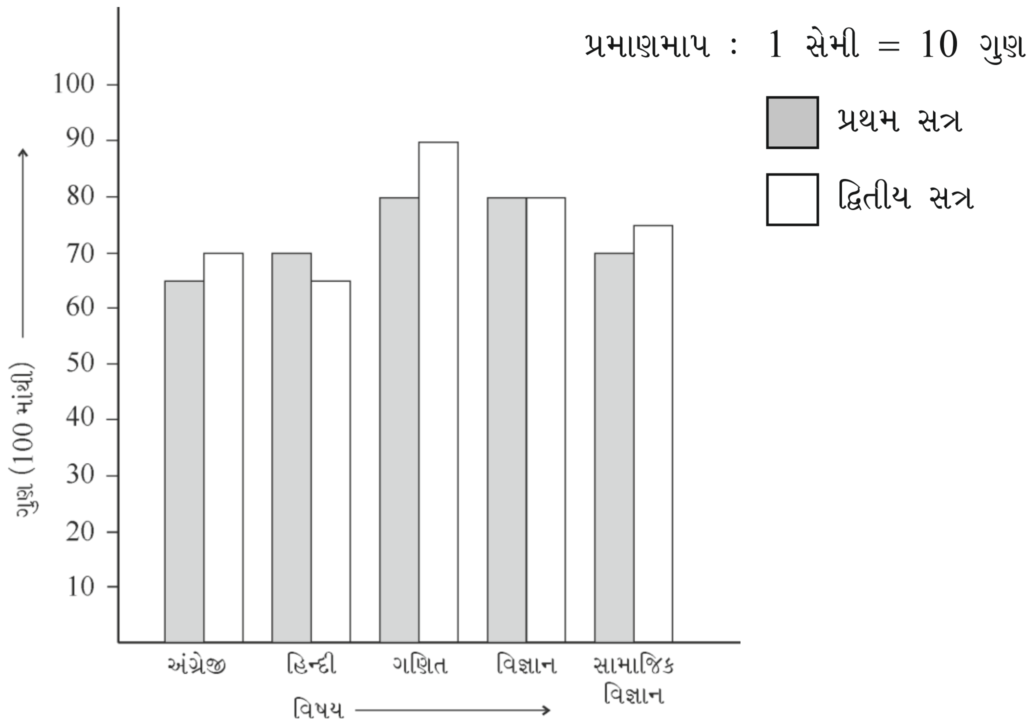
પ્રવૃત્તિ	બાળકોની સંખ્યા
વાર્તાની ચોપડી વાંચવી	25
ટી.વી. જોવું	30
ચિત્ર દોરવું	20
વડીલો સાથે રમત રમવી	35
રસોઈ શીખવી	10

જવાબ :



ઉદાહરણ : 5 કૃપાના પ્રથમસત્ર અને દ્વિતીય સત્રના પરિણામ આપેલ છે. યોગ્ય પ્રમાણમાપ લઈ દ્વિ-લંબ આલેખ દોરો અને નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

વિષય	અંગ્રેજી	હિન્દી	ગણિત	વિજ્ઞાન	સામાજિક વિજ્ઞાન
પ્રથમ સત્ર (100 માંથી)	65	70	80	85	70
દ્વિતીય સત્ર (100 માંથી)	70	65	95	85	75



(1) કયા વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ સુધારો થયો છે ?

(2) કયા વિષયોમાં સુધારો સરખો છે ?

જવાબ : (1) ગણિત વિષયના દેખાવમાં સૌથી વધુ સુધારો થયો છે.

(2) અંગ્રેજી અને સામાજિક વિજ્ઞાનમાં 5 - 5 ગુણનો સુધારો થયો છે.

*** જાતે ગણીએ ***

1. એક શાળાના 5 વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે. આ માહિતીને લંબ-આલેખ દ્વારા દર્શાવો.

વર્ગ	A	B	C	D	E
વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	40	44	42	36	32

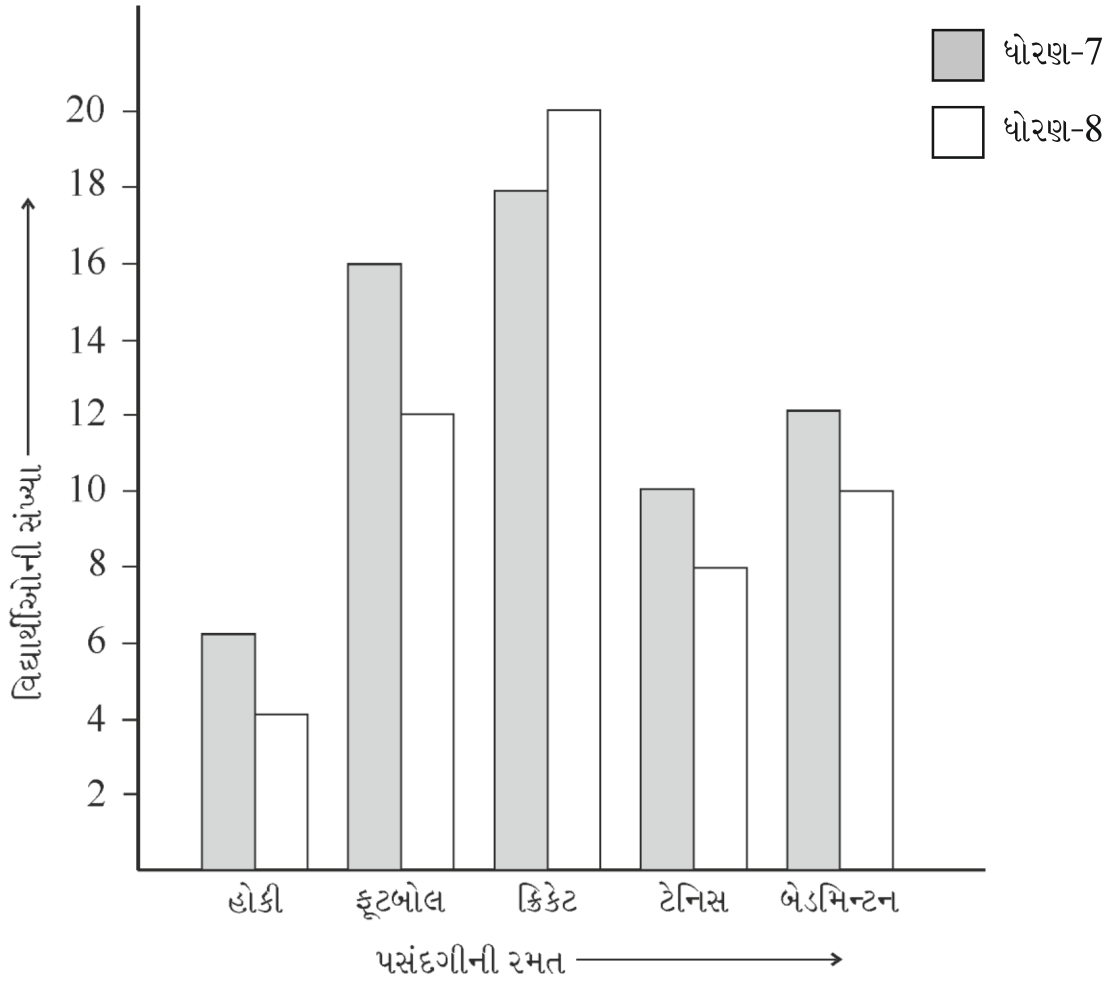
2. એક લાયબ્રેરીમાં વાચકોની માહિતી નીચે મુજબ છે તે માહિતીને દ્વિ-લંબાલેખ દ્વારા દર્શાવો તથા પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

દિવસ	સોમ	મંગળ	બુધ	ગુરુ	શુક્ર	શનિ
વર્તમાનપત્રના વાચકો	400	600	350	550	500	350
મેગેઝિનના વાચકો	150	100	200	300	250	200

(1) કયા દિવસે લાયબ્રેરીમાં વાચકોની સંખ્યા મહત્તમ છે ?

(2) કયા દિવસે વર્તમાનપત્રના વાચકોની સંખ્યા મેગેઝીનના વાચકો કરતાં બમણી છે ?

3. નીચે આપેલ દ્વિ-લંબઆલેખનો અભ્યાસ કરો અને પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.



(1) ઉપરોક્ત આલેખ કઈ માહિતી દર્શાવે છે ?

(2) ધોરણ-7ના કેટલા વિદ્યાર્થીઓને હોકી અને ટેનિસ પસંદ છે ?

(3) કઈ રમતમાં ધોરણ-8ના વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા ધોરણ-7ના વિદ્યાર્થી કરતાં ઓછી નથી ?

(4) બંને ધોરણના વિદ્યાર્થીઓને ઓછી પસંદ હોય તેવી રમત કઈ છે ?

- **માહિતીના પ્રતિનિધિ મૂલ્યો : (સરાસરી, બહુલક, મધ્યસ્થ)**

1. સરાસરી : સરાસરી કે અંકગણિતીય સરાસરીને નીચે આપેલ સૂત્ર દ્વારા વ્યાખ્યાયિત કરવામાં આવે છે.

$$\text{સરાસરી} = \frac{\text{બધાંઅવલોકનોનો સરવાળો}}{\text{અવલોકનોની સંખ્યા}}$$

વિસ્તાર : મહત્તમ અને લઘુત્તમ અવલોકનોના તફાવતને વિસ્તાર તરીકે ઓળખવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ : 6 એક નર્સરીમાં ગુલાબના 10 છોડની ઊંચાઈ નીચે મુજબ છે. આ છોડની સરેરાશ ઊંચાઈ અને વિસ્તાર શોધો. (ઊંચાઈ સેમી.માં છે)

35, 40, 28, 32, 25, 45, 36, 29, 47, 45

→ $$\text{છોડની સરેરાશ ઊંચાઈ} = \frac{\text{બધાંઅવલોકનોનો સરવાળો}}{\text{કુલ અવલોકનોની સંખ્યા}}$$

$$= \frac{35+40+28+32+25+45+36+29+47+45}{10}$$

$$= \frac{362}{10} = 36.2 \text{ સેમી}$$

∴ છોડની સરેરાશ ઊંચાઈ = 36.2 સેમી

→ વિસ્તાર : મહત્તમ ઊંચાઈ = 47 સેમી

લઘુત્તમ ઊંચાઈ = 25 સેમી

વિસ્તાર = મહત્તમ અવલોકન − લઘુત્તમ અવલોકન

= 47 − 25

= 22 સેમી

2. બહુલક : આપેલાં અવલોકનોના સમૂહમાંથી સૌથી વધારે વખત આવનાર અવલોકનને તે સમૂહનો બહુલક કહેવાય.

→ કેટલીક વખત માહિતીને એકથી વધુ બહુલક હોઈ શકે.

ઉદાહરણ : 7 નીચે આપેલ સંખ્યાઓનો બહુલક શોધો.

1, 3, 2, 4, 6, 5, 3, 2, 4, 2, 3, 2

આપેલ માહિતીમાં સમાન મૂલ્યનાં અવલોકનો સાથે ગોઠવતાં,

1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 6

(નોંધ : આવું કરવું જરૂરી નથી, પરંતુ આમ કરવાથી બહુલક શોધવામાં સરળતા રહે છે.)

∴ આપેલ માહિતીનો બહુલક = 2 (ચાર વખત આવે છે તેથી)

ઉદાહરણ : 8 નીચેની માહિતીનો બહુલક શોધો.

અવલોકન	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	આવૃત્તિ (સંખ્યા)
12	| | |	3
13	| | | |	4
14	~~||||~~	5
15	~~||||~~ ~~||||~~	10
16	~~||||~~ |	6
17	| |	2
18	|	1
19	|	1
	કુલ	32

∴ માહિતીનો બહુલક = 15

મધ્યસ્થ : જ્યારે માહિતીને ચડતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવી મધ્યમાં રહેલા અવલોકનને મધ્યસ્થ કહે છે.

(**નોંધ :** અહીં, માત્ર એકી સંખ્યાના અવલોકનો જ લઈશું.)

ઉદાહરણ : 9 આપેલ માહિતીનો મધ્યસ્થ શોધો.

13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13

અવલોકનોને ચડતા ક્રમમાં ગોઠવતાં,

12, 12, 13, 13, <u>14</u>, 14, 14, 16, 19

$\therefore$ મધ્યસ્થ = 14

*** જાતે ગણીએ ***

1. 26, 28, 25, x, 24 નો મધ્યક 27 છે, તો xની કિંમત શોધો.

2. 12 વિદ્યાર્થીઓના ગુણ નીચે મુજબ છે. આ માહિતીનો વિસ્તાર, સરાસરી, બહુલક અને મધ્યસ્થ શોધો.

   31, 37, 35, 38, 42, 23, 17, 18, 35, 25, 39, 29

3. પ્રથમ દસ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓનો મધ્યસ્થ અને સરાસરી શોધો. આ માહિતીનો વિસ્તાર કેટલો થશે ?

4. આપેલ માહિતીનો બહુલક શોધો.

   10, 8, 4, 7, 8, 11, 15, 8, 4, 2, 3, 6, 8

5. એક વર્ગના 15 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ સેમીમાં નીચે મુજબ છે.

   128, 144, 146, 143, 136, 142, 138, 129, 140, 152, 144, 140, 150, 142, 154

   (a) સૌથી વધુ ઊંચાઈ કેટલી છે ?

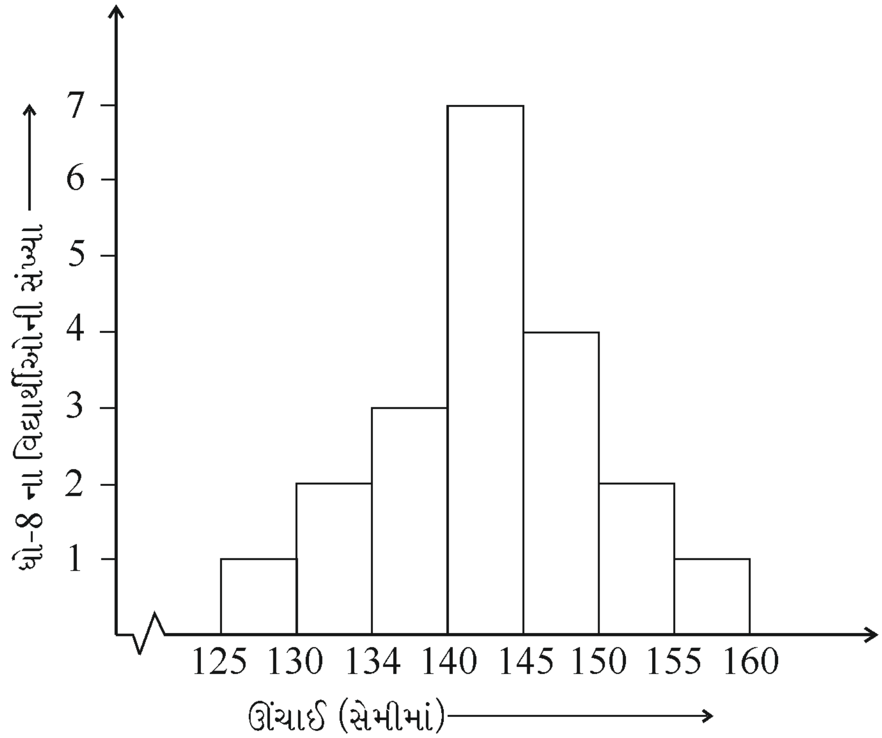
   (b) માહિતીનો વિસ્તાર શોધો.

   (c) માહિતીનો મધ્યસ્થ કેટલો છે ?

   (d) માહિતીનો બહુલક વધારે હશે કે સરાસરી ?

ઉદાહરણ : 10 નીચે આપેલ સ્તંભાલેખનું અવલોકન કરો અને પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(નોંધ : આલેખમાં '—√\—' સંકેત (ઊંચી-નીચી રેખા) દર્શાવે છે કે X-અક્ષ પર શૂન્યથી શરૂ કરી સમાન અંતરાલો સતત લીધા નથી)



(1) ઉપરોક્ત સ્તંભાલેખમાં કઈ માહિતી આપવામાં આવી છે ?

(2) કયા વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મહત્તમ છે ?

(3) કેટલા વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ 145 સેમી કરતાં વધુ છે ?

જવાબ : (1) ઉપરોક્ત સ્તંભાલેખ, ધોરણ-8ના વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ વિશેની માહિતી દર્શાવે છે.

(2) 140-145 વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા મહત્તમ છે.

(3) 7 વિદ્યાર્થીઓની ઊંચાઈ 145 સેમી કરતાં વધુ છે.

ઉદાહરણ : 11 એક કારખાનાના 30 કારીગરોનું સાપ્તાહિક વેતન (₹) નીચે મુજબ છે.

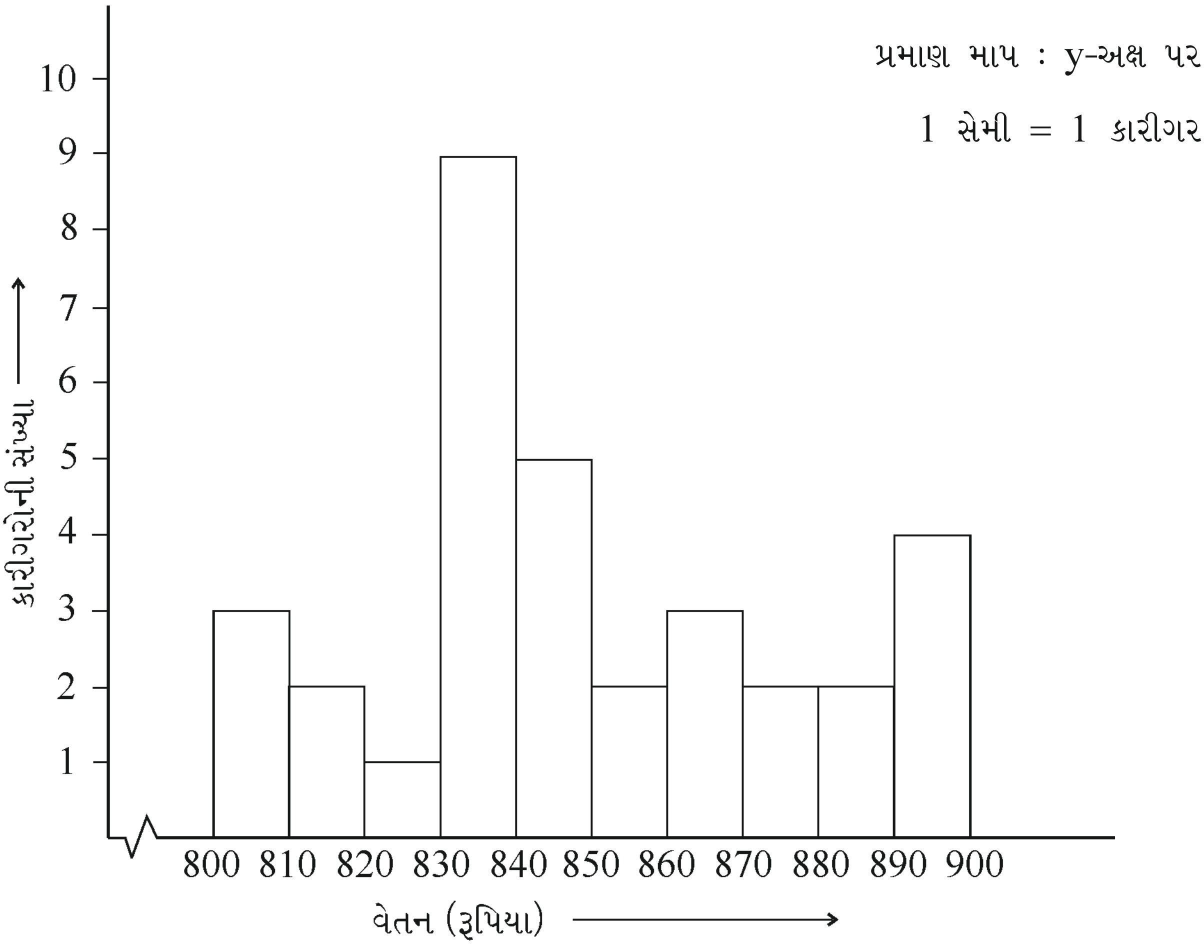
830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808, 812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840.

ઉપરોક્ત માહિતી પરથી આવૃત્તિ-ચિહ્નનો ઉપયોગ કરીને 800 - 810, 810 - 820 ... વર્ગ ધરાવતું આવૃત્તિ વિતરણ કોષ્ટક તૈયાર કરો. આ આવૃત્તિ-કોષ્ટકનો ઉપયોગ કરી સ્તંભાલેખ તૈયાર કરો.

જવાબ :

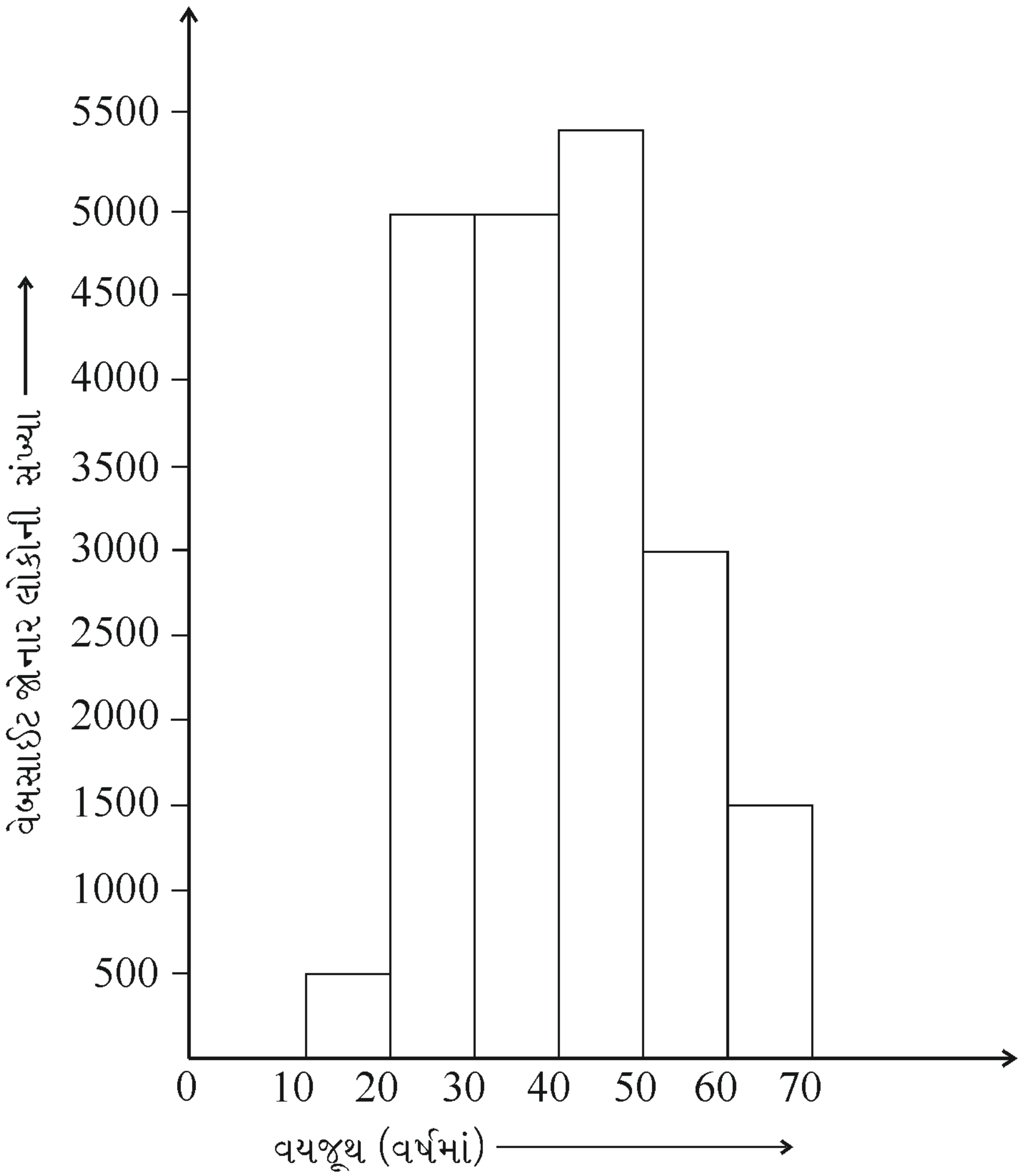
વર્ગ	આવૃત્તિ-ચિહ્ન	આવૃત્તિ
800 - 810	𝍷𝍷𝍷	3
810 - 820	𝍷𝍷	2
820 - 830	𝍷	1
830 - 840	𝍸 𝍷𝍷𝍷𝍷	9
840 - 850	𝍸	5
850 - 860	𝍷	1
860 - 870	𝍷𝍷𝍷	3
870 - 880	𝍷	1
880 - 890	𝍷	1
890 - 900	𝍷𝍷𝍷𝍷	4

સ્તંભાલેખ



* જાતે ગણીએ *

1. નીચે દર્શાવેલ સ્તંભાલેખમાં આરોગ્યને લગતી વેબસાઈટ જોનારા અલગ-અલગ વયજૂથના લોકોની સંખ્યા દર્શાવેલ છે. આ માહિતી પરથી પ્રશ્નોના ઉત્તર લખો. (એક સપ્તાહ દરમ્યાનની માહિતી)



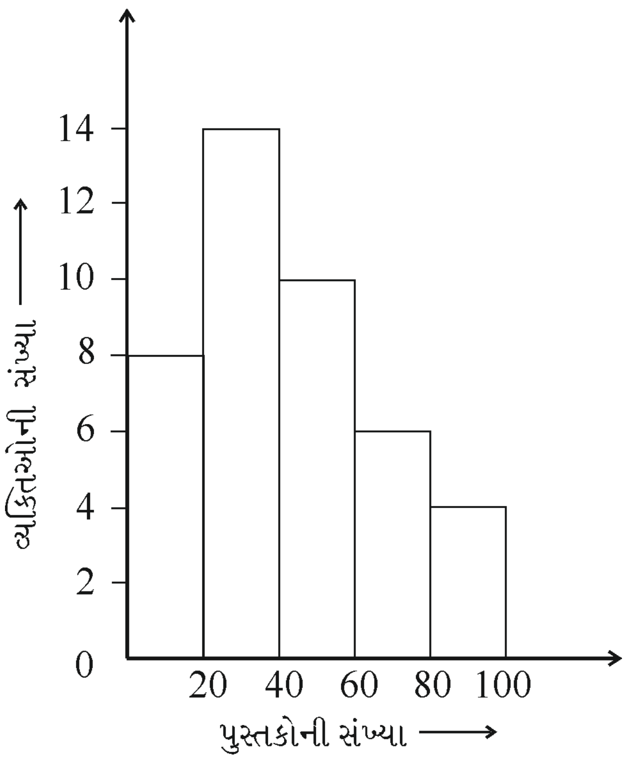
(1) કયા વયજૂથના લોકોએ સૌથી વધુ વેબસાઈટ જોઈ ?

(2) કયા - કયા વયજૂથમાં વેબસાઈટ જોનારની સંખ્યા સમાન છે ?

(3) 50 કે તેથી વધુ વય ધરાવતાં કેટલા લોકોએ વેબસાઈટ જોઈ ?

(4) કયા વયજૂથના લોકોની સંખ્યા વધારે છે ? 10 થી 40 કે 40 થી 60 ?

2. અહીં એક સ્તંભાલેખ આપેલ છે જેનો અભ્યાસ કરી આપેલ ખાલી જગ્યા પૂરો.



(a) આલેખમાં કુલ ________ વ્યક્તિઓની માહિતી દર્શાવેલ છે. (સંખ્યા લખવી)

(b) 60 કે તેથી વધુ પુસ્તકો ધરાવતા વ્યક્તિઓની સંખ્યા ________ છે.

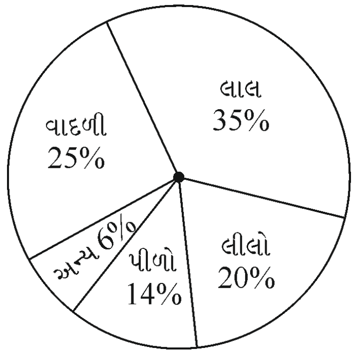
(c) 20 થી વધુ અને 60 થી ઓછા પુસ્તકો ધરાવતા વ્યક્તિઓની સંખ્યા ________ છે.

(d) જો વિજય પાસે 75 પુસ્તકો છે. તો તેનો સમાવેશ ________ વર્ગમાં થયો હશે.

- **વર્તુળ-આલેખ : (પાઈ ચાર્ટ)**

માહિતીને સચોટ રીતે દર્શાવવા માટેની અન્ય એક રજૂઆત એટલે વર્તુળ-આલેખ. આ આલેખમાં માહિતીને વર્તુળાકાર સ્વરૂપે દર્શાવવામાં આવે છે. જે તે માહિતીની આવૃત્તિને વર્તુળના અંશમાપ દ્વારા દર્શાવવામાં આવે છે. કુલ માહિતીને 360° માં સમાવી લેવામાં આવે છે. ચાલો, તેના વિશે વધુ જાણીએ...

ઉદાહરણ : 12 ધોરણ-7ના વિદ્યાર્થીઓને તેમના મનપસંદ રંગ વિશે પ્રશ્ન પૂછતાં મળેલ માહિતીને નીચે પાઈ ચાર્ટ (વર્તુળ-આલેખ)માં દર્શાવેલ છે. (કુલ વિદ્યાર્થીઓ = 200)



આ આલેખ પરથી નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(1) કયા રંગને $\frac{1}{5}$ વિદ્યાર્થીઓએ પસંદ કર્યો ?

(2) સૌથી વધુ કયો રંગ પસંદ કરવામાં આવ્યો ? કેટલા વિદ્યાર્થી દ્વારા ?

(3) વાદળી રંગનું અંશમાપ કેટલું થશે ?

જવાબ : (1) $\frac{1}{5}$ વિદ્યાર્થીઓ = $\frac{1}{\cancel{5}} \times \overset{20}{\cancel{100}}\,\%$

$= 20\ \%$

$\therefore$ 20 % વિદ્યાર્થીઓ = $\frac{1}{5}$ વિદ્યાર્થીઓ

$\therefore$ લીલા રંગને $\frac{1}{5}$ વિદ્યાર્થીઓએ પસંદ કર્યો.

(2) સૌથી વધુ ‘લાલ’ રંગ પસંદ કરવામાં આવ્યો.

લાલ રંગ પસંદ કરનાર વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા = $\frac{\text{ટકાવારી}}{100} \times$ કુલ વિદ્યાર્થી

$= \frac{35}{1\cancel{00}} \times 2\cancel{00}$

$= 70$

$\therefore$ 70 વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા લાલ રંગ પસંદ કરવામાં આવ્યો.

(3) વાદળી રંગનું અંશમાપ = $\frac{\text{ટકાવારી}}{100} \times 360^{\circ}$

$= \frac{25}{10\cancel{0}} \times 36\cancel{0} = 90^{\circ}$

ઉદાહરણ : 13 રોહનનો માસિક પગાર ₹ 15000 છે. તેના ખોરાક અને ઘરભાડાંને વર્તુળ આલેખમાં દર્શાવતાં તે 60° નો ખૂણો બનાવે છે. તો તેનો ખોરાક અને ઘરભાડાંનો ખર્ચ કેટલા રૂપિયા હશે ? આ ખર્ચ પગારના કેટલા ટકા છે ?

જવાબ : રોહનનો માસિક પગાર = ₹ 15000

ખોરાક અને ઘરભાડાનું અંશમાપ = 60°

$\therefore$ ખોરાક અને ઘરભાડાનો ખર્ચ (₹ માં) = $\frac{\text{અંશમાપ}}{360} \times$ કુલ માહિતી (પગાર)

$= \frac{\overset{10}{\cancel{60}}}{\underset{6}{\cancel{360}}} \times \overset{250}{\cancel{15000}}$

$\therefore$ ખોરાક અને ઘરભાડાનો ખર્ચ = ₹ 2500

હવે, ખોરાક અને ઘરભાડાના ખર્ચની ટકાવારી $= \dfrac{\text{ખર્ચ}}{\text{પગાર}} \times 100$

$$= \frac{\overset{50}{\cancel{2500}}}{\underset{3}{\cancel{15000}}} \times 100$$

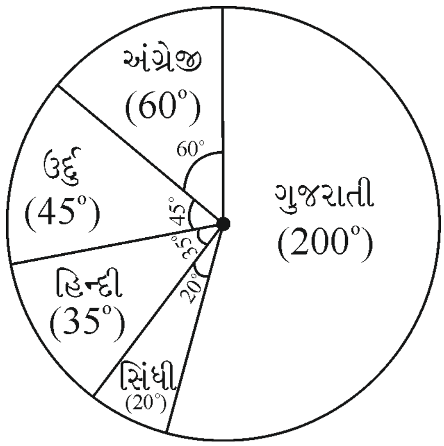
ખોરાક અને ઘરભાડાના ખર્ચની ટકાવારી $= \dfrac{50}{3} = 16\dfrac{2}{3}\,\%$

ઉદાહરણ : 14 એક છાત્રાલયમાં જુદી જુદી ભાષાઓ બોલતાં વિદ્યાર્થીઓની સંખ્યા નીચે મુજબ છે, તેનો પાઈ ચાર્ટ તૈયાર કરો.

ભાષા	ગુજરાતી	અંગ્રેજી	ઉર્દુ	હિન્દી	સિંધી	કુલ
વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	40	12	9	7	4	72

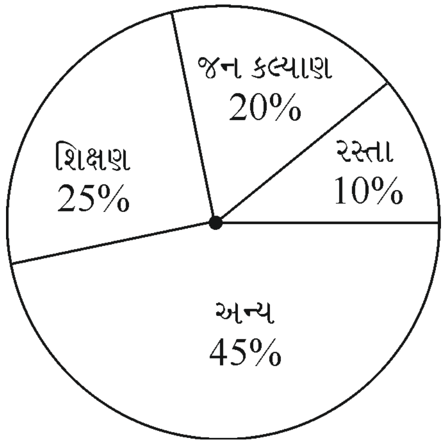
જવાબ : સૌપ્રથમ આપણે આપેલ માહિતીના અંશમાપ શોધીએ.

ભાષા	વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	અપૂર્ણાંક	અંશમાપ
ગુજરાતી	40	$\frac{40}{72} = \frac{5}{9}$	$\frac{5}{9} \times 360^\circ = 200^\circ$
અંગ્રેજી	12	$\frac{12}{72} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
ઉર્દુ	9	$\frac{9}{72} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{8} \times 360^\circ = 45^\circ$
હિન્દી	7	$\frac{7}{72} = \frac{7}{72}$	$\frac{7}{72} \times 360^\circ = 35^\circ$
સિંધી	4	$\frac{4}{72} = \frac{1}{18}$	$\frac{1}{18} \times 360^\circ = 20^\circ$



* જાતે ગણીએ *

1. અહીં રાજ્ય સરકાર દ્વારા વિવિધ વિભાગમાં કરવામાં આવતા ખર્ચનો પાઈ-ચાર્ટ રજૂ કરેલ છે. જો કુલ ખર્ચ ₹ 100 કરોડ હોય તો નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.



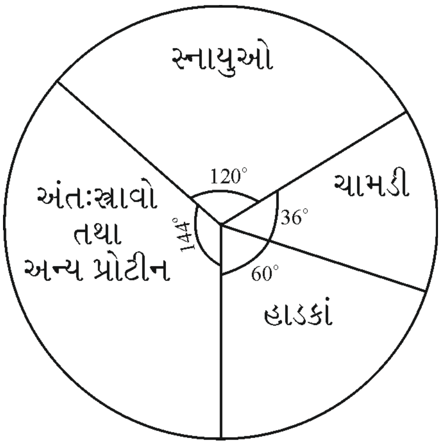
(a) રસ્તાઓના નિર્માણમાં કેટલા રૂપિયા ખર્ચ કરવામાં આવે છે ?

(b) શિક્ષણનો ખર્ચ જનકલ્યાણના ખર્ચ કરતાં કેટલા રૂપિયા વધારે છે ?

(c) કયા બે વિભાગનો ખર્ચ અન્ય ખર્ચ જેટલો જ છે ?

(d) અન્ય ખર્ચનું અંશમાપ ગણો.

2. નીચે માનવશરીરમાં વિવિધ ભાગો કે દ્રવ્યોમાં જરૂરી દૈનિક પ્રોટીનનું પ્રમાણ દર્શાવતો પાઈ-ચાર્ટ રજૂ કરેલ છે. તેના અભ્યાસ કરી પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો. (શરીરમાં કુલ પ્રોટીનનું પ્રમાણ = 36 ગ્રામ લેવું.)



(a) સ્નાયુઓમાં કુલ પ્રોટીનના કેટલા ભાગની જરૂર પડે છે ?

(b) હાડકાંના બંધારણ માટે દૈનિક કેટલા ગ્રામ પ્રોટીનની જરૂર પડે ?

(c) અંતઃસ્ત્રાવો તથા અન્ય પ્રોટીન કુલ પ્રોટીનના કેટલા ટકા છે ?

3. ફારૂકને તેના જન્મદિવસે ₹ 1800 ભેટસોગાદ સ્વરૂપે મળ્યા. આ નાણાનો તેણે વિવિધ બાબતોમાં કરેલ ખર્ચ તેણે નોંધી રાખ્યો. જે નીચે મુજબ છે. આ માહિતીને વર્તુળ આલેખમાં દર્શાવો.

વિગત	પુસ્તકો	ખાણી-પીણી	મનોરંજન	પ્રવાસ	બચત
ખર્ચ (રૂ)	450	600	450	775	225

- **તક અને સંભાવના :**

(A) તક :

આપણે કોઈ સિક્કો ઉછાળીએ તો આપણને છાપ અથવા કાંટો મળશે. આમ, છાપ મળવી કે કાંટો મળવો એ સિક્કો ઉછાળવાથી મળતા પરિણામોની બે તક છે તેમ કહી શકાય.

આ જ રીતે પાસો ફેંકતાં, તેના પર રહેલા 1 થી 6 અંકો પૈકી કોઈ એક અંક મળે. આમ કરવાથી આપણને કુલ 6 તક મળે.

અર્થાત્, તક એટલે કોઈ ઘટનાના પરિણામો દા.ત. સિક્કો ઉછાળવાની ઘટનાના પરિણામે છાપ કે કાંટો મળે. તેથી તકની સંખ્યા 2 થાય, તેવી જ રીતે પાસો ફેંકવાની ઘટનાના 6 અલગ-અલગ પરિણામો (એટલે કે 1 થી 6 પૈકી કોઈ એક અંક) મળે. આમ, પાસો ફેંકવાની ઘટનાના પરિણામે 6 તક મળે.

(B) સંભાવના :

જ્યારે સિક્કો ઉછાળવામાં આવે ત્યારે પરિણામની બે શક્યતાઓ છે : હેડ (છાપ) કે ટેલ (કાંટો) આપણે કહી શકીએ કે સિક્કો ઉછાળતાં આ બે શક્યતાઓમાંથી એક પરિણામ ચોક્કસ મળશે. આથી તેની સંભાવના $\frac{1}{2}$ થાય.

તે જ રીતે, પાસો ઉછાળવાના પ્રયોગમાં પણ પ્રત્યેક અંક મળવાની શક્યતા 6 માંથી 1 એટલે કે $\frac{1}{6}$ થાય. દા.ત. પાસો ફેંકતા પાસા પર 3 મળે તેની સંભાવના $= \frac{1}{6}$

→ કેટલીક ઘટનાઓ નિશ્ચિતપણે બનવાની જ હોય તો તેની સંભાવના 1 થાય. (અર્થાત્ 100 ટકા)

→ જે ઘટનાઓ બનવાની કોઈ શક્યતા જ નથી તેવી ઘટનાની સંભાવના 0 (શૂન્ય) થાય. (અર્થાત્ 0 ટકા)

દા.ત. સૂર્યનું પૂર્વમાં ઉગવું, પશ્ચિમમાં આથમવું વગેરે ઘટનાની સંભાવના 1 થાય. જ્યારે સૂર્યનું પૂર્વમાં આથમવું, 25 ગણુની કસોટીમાં 26 ગુણ મળવા વગેરે ઘટનાની સંભાવના 0 (શૂન્ય) છે.

- **સમસંભાવી શકયતાઓ :**

જો કોઈ પ્રયોગમાં દરેક ઘટના બનવાની એકસમાન તક હોય (સંભાવના હોય) તો તેવા પ્રયોગમાં મળતા ઇચ્છિત પરિણામોની સંભાવના સમાન હોય છે.

$\rightarrow$ ઘટનાની સંભાવના $= \dfrac{\text{જે - તે ઘટના બનવાની શક્યતા}}{\text{પ્રયોગમાં રહેલ કુલ શકયતાની સંખ્યા}}$

ઉદાહરણ : 15 એક સાથે બે સિક્કા ઉછાળવામાં આવે છે.

(a) આ પ્રયોગમાં મળતી તમામ શક્યતાઓની યાદી કરો.

(b) ઓછામાં ઓછું એકવાર હેડ (H) મળે તેની સંભાવના શોધો.

જવાબ : એક સાથે બે સિક્કા ઉછાળતાં મળતી તમામ શક્યતાઓ

(a) HH, HT, TH, TT (કુલ તકો = 4)

(b) ઓછામાં ઓછું એકવાર હેડ (H) મળે

તેવી શક્યતાઓ HH, HT, TH (કુલ-3) થાય.

ઓછામાં ઓછું એકવાર હેડ (H) મળે તેની સંભાવના $= \dfrac{\text{ઘટના બનવાની શકયતા}}{\text{પ્રયોગની કુલ શકયતા}}$

$= \dfrac{3}{4}$

*** જાતે ગણીએ ***

1. એક સિક્કો ત્રણ વાર ઉછાળવામાં આવે છે તો આ પ્રયોગમાં કુલ શક્યતાઓ ________ હશે.

(a) 4 (b) 6 (c) 8 (d) 3

2. 50 ગુણની કસોટીમાં 49 ગુણ મળવાની સંભાવના ________ છે.

(a) $\frac{1}{50}$ (b) $\frac{49}{50}$ (c) $\frac{49}{51}$ (d) $\frac{1}{51}$

3. 52 પત્તાની ઢગલીમાંથી નીચે મુજબના પરિણામો મળવાની સંભાવના શોધો.

(a) લાલ રંગનું પત્તું મળે.

(b) ચોકટની રાણી મળે.

(c) પસંદ કરેલ પત્તા પર બેકી સંખ્યા લખેલ હોય.

4. નીચે મુજબની સંભાવના ધરાવતી ઘટનાના ત્રણ ઉદાહરણ લખો.

(a) 0 (શૂન્ય) (b) 1 (એક)

પ્રકરણ 6

બાળદોસ્તો, નીચે કેટલીક સંખ્યાઓ રજૂ કરેલ છે તેને ધ્યાનથી જુઓ. શું તમને આ સંખ્યાઓમાં કોઈ સામ્ય જણાય છે ?

4, 9, 16, 25

કોઈ સામ્ય જણાયું ? હા, <u>4 ને 2 × 2</u>, <u>9 ને 3 × 3</u>, <u>16 ને 4 × 4</u> અને 25ને <u>5 × 5</u> એમ લખી શકાય છે.

આમ, આવી સંખ્યાઓ કે જેને એક જ સંખ્યાને બે વાર ગુણી લખી શકાય છે તેને વર્ગ સંખ્યા કહેવાય છે.

- **વર્ગ સંખ્યા :** કોઈ પ્રાકૃતિક સંખ્યા m લઈએ, તો જો $m = n^2$ વડે દર્શાવી શકાય, જ્યાં n પણ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે. તો m એ વર્ગ સંખ્યા કહેવાય.

દા.ત. m = 25 લઈએ તો,

$25 = 5^2$ અથવા $25 = 5 \times 5$

$\therefore$ $m = n^2$, જ્યાં $n = 5$

આમ, 25 એ વર્ગ સંખ્યા છે.

ધારો કે, m = 8 લઈએ તો,

$8 = 4 \times 2$ અથવા $2 \times 2 \times 2$

$\therefore$ $m \neq n^2$ ($\neq$ નિશાની સમાન નથી એમ દર્શાવે છે.)

$\therefore$ 8 એ વર્ગ સંખ્યા નથી.

→ વર્ગ સંખ્યાઓને પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ પણ કહેવાય છે.

* જાતે ગણીએ *

1. 30 થી 70 વચ્ચે આવતી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓ લખો.
2. 81, 99 બે સંખ્યાઓ વર્ગસંખ્યાઓ છે કે નહિ તે જણાવો. તમારા જવાબનું કારણ રજૂ કરો.

- **વર્ગસંખ્યાઓનો ગુણધર્મો :**

જો વર્ગ સંખ્યાઓની યાદી તૈયાર કરવામાં આવે તો એક બાબત તેમાંથી તારવી શકાય કે,

બધી જ વર્ગ સંખ્યાઓનો એકમનો અંક 0, 1, 4, 5, 6 કે 9 હોય.

અર્થાત્, જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 2, 3, 7 કે 8 હોય તે ક્યારેય વર્ગસંખ્યા (પૂર્ણવર્ગ) ન જ હોય.

ઉદાહરણ : 1 આપેલ સંખ્યાઓ પૂર્ણવર્ગ છે કે નહિ તે જણાવો.

(1) 144 (2) 578 (3) 23 (4) 235

1. 144 - અહીં એકમનો અંક 4 છે તેથી તે પૂર્ણવર્ગ હોઈ શકે. $144 = 12^2$ $\therefore$ તે પૂર્ણવર્ગ છે.
2. 578 - અહીં એકમનો અંક 8 છે તેથી તે પૂર્ણવર્ગ ન જ હોય.
3. 23 - એકમનો અંક 3 છે. તેથી પૂર્ણવર્ગ નથી.
4. 235 - એકમનો અંક 5 છે. તેથી પૂર્ણવર્ગ હોઈ શકે. $235 = 47 \times 5$ $\therefore$ તે પૂર્ણવર્ગ નથી.

અહીં ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં 235 માં એકમના અંક પરથી આપણે નક્કી ન કરી શકયા કે તે પૂર્ણવર્ગ હશે કે નહિ. જ્યારે 578 અને 23 માં એકમના અંક પરથી જ નક્કી કરી શકાય કે તે પૂર્ણવર્ગ નથી.

*** જાતે ગણીએ ***

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓ પૂર્ણવર્ગ છે કે નહિ તે જણાવો.

   (a) 2054 (b) 331 (c) 196 (d) 753 (e) 208 (f) 802

   (g) 225 (h) 199

2. એવી પાંચ સંખ્યાઓ લખો કે જેના એકમના અંક પરથી નક્કી ન કરી શકાય કે તે પૂર્ણવર્ગ છે કે નહિં.

→ જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 1 અથવા 9 હોય તેના વર્ગનો એકમનો અંક 1 હોય.

→ જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 2 અથવા 8 હોય તેના વર્ગનો એકમનો અંક 4 હોય.

→ જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 3 અથવા 7 હોય તેના વર્ગનો એકમનો અંક 9 હોય.

→ જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 4 અથવા 6 હોય તેના વર્ગનો એકમનો અંક 6 હોય.

→ જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 5 હોય તેના વર્ગનો એકમનો અંક 5 હોય.

→ જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0 હોય તેના વર્ગનો એકમનો અંક ‘શૂન્ય’ જ હોય. ઉપરાંત સંખ્યાના અંતિમ શૂન્યો જેટલા હોય તેનાથી બમણા અંતિમ શૂન્યો તેના વર્ગમાં હોય.

દા.ત. $1\underline{0}^2 = 1\underline{00}$, $2\underline{00}^2 = 4\underline{0000}$

(1 શૂન્ય, 2 શૂન્ય, 2 શૂન્ય, 4 શૂન્ય)

→ જો આપેલ સંખ્યા એકી હોય તો તેની વર્ગસંખ્યા પણ એકી જ હોય, તે જ રીતે સંખ્યા બેકી હોય તો તેનો વર્ગ પણ બેકી સંખ્યા જ મળે.

*** જાતે ગણીએ ***

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓના વર્ગમાં એકમનો અંક શું હશે તે જણાવો. આ સંખ્યાઓના વર્ગ એકી હશે કે બેકી તે પણ જણાવો.

(a) 21 (b) 43 (c) 19 (d) 27 (e) 25 (f) 146

(g) 2078 (h) 312 (i) 210 (j) 3524 (k) 2075 (l) 441

(m) 36 (n) 3128 (o) 50

- **વર્ગસંખ્યાઓની કેટલીક પેટર્ન :**

1. ત્રિકોણીય સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે વર્ગસંખ્યા :

ત્રિકોણીય સંખ્યાઓ એટલે જે સંખ્યાઓને બિંદુઓથી ત્રિકોણ તરીકે ગોઠવી શકાય. આવી સંખ્યા ક્રમિક સંખ્યાઓના સરવાળાથી મેળવી શકાય.

દા.ત. 1, $\underbrace{1+2}_{3}$, $\underbrace{1+2+3}_{6}$, $\underbrace{1+2+3+4}_{10}$, $\underbrace{1+2+3+4+5}_{15}$

```
*     *       *        *          *
      * *     * *      * *        * *
              * * *    * * *      * * *
                       * * * *    * * * *
                                  * * * * *
```

પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓને બે ક્રમિક ત્રિકોણીય સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે દર્શાવી શકાય છે.

દા.ત. $4 = 1 + 3$

$9 = 3 + 6$

$16 = 6 + 10$

2. બે વર્ગ સંખ્યાઓ વચ્ચેની સંખ્યાઓ :

જો બે ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ n અને $n + 1$ લેવામાં આવે તો n^2 અને $(n + 1)^2$ ની વચ્ચે, પૂર્ણવર્ગ ન હોય તેવી $2n$ સંખ્યાઓ મળે.

દા.ત. $n = 3$ અને $n + 1 = 4$ લેતાં,

$n^2 = 3^2$ અને $(n + 1)^2 = 4^2$

$\therefore$ 3^2 અને 4^2 ની વચ્ચે પૂર્ણવર્ગ ન હોય તેવી સંખ્યાઓ, $2n = 2(3) = 6$ મળે.

તે જ રીતે 4^2 અને 5^2 ની વચ્ચે,

$2n = 2(4) = 8$ સંખ્યાઓ એવી મળે કે જે પૂર્ણવર્ગ ન હોય.

*** જાતે ગણીએ ***

1. 36, 49, 64 ને ત્રિકોણીય સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે દર્શાવો.
2. 5^2 અને 6^2 ની વચ્ચે જેટલી પૂર્ણવર્ગ ન હોય તેવી સંખ્યાઓ આવે તેટલી જ સંખ્યાઓ 6^2 અને 7^2 ની વચ્ચે આવે ?
3. 7^2 અને 9^2 વચ્ચે પૂર્ણવર્ગ ન હોય તેવી કેટલી સંખ્યાઓ મળે ?

3. એકી સંખ્યાના સરવાળા તરીકે વર્ગસંખ્યા :

પ્રથમ n એકી સંખ્યાઓનો સરવાળો n^2 મળે.

દા.ત. $1 + 3 = 4 = 2^2$, બે એકી સંખ્યા.

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$, ત્રણ એકી સંખ્યા.

અર્થાત્, જો કોઈ સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ હોય તો તેને 1 થી શરૂ કરી ક્રમિક એકી સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે રજૂ કરી શકાય.

દા.ત. $25 = 5^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$ (પ્રથમ પાંચ એકી સંખ્યાનો સરવાળો)

આ બાબતનો ઉપયોગ આપેલ સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ છે કે નહિ તે ચકાસવા કરી શકાય.

દા.ત. 27 પૂર્ણવર્ગ છે કે નહિ તે ચકાસીએ.

$27 - 1 = 26$; $26 - 3 = 23$, $23 - 5 = 18$

$18 - 7 = 11$; $11 - 9 = 2$, $2 - 11 = \underline{-9}$

આમ, 27 ને એક સંખ્યાના સરવાળા તરીકે રજૂ કરી શકાતી નથી. આથી તે પૂર્ણવર્ગ નથી.

4. ક્રમિક પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે વર્ગસંખ્યા :

એકી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાને બે ક્રમિક સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે રજૂ કરી શકાય.

દા.ત. $3^2 = 9 = 4 + 5$

અહીં, $4 = \frac{3^2 - 1}{2}$ તથા $5 = \frac{3^2 + 1}{2}$

તે જ રીતે 11^2 ને દર્શાવીએ.

$$\therefore \quad \frac{11^2 - 1}{2} = \frac{121 - 1}{2} = \frac{120}{2} = 60 \text{ તથા}$$

$$\frac{11^2 + 1}{2} = \frac{121 + 1}{2} = \frac{122}{2} = 61$$

$\therefore$ $11^2 = 60 + 61$ લખી શકાય.

5. પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓની અન્ય પેટર્ન :

$1^2 = 1$	આ જ રીતે,
$11^2 = 1\ 2\ 1$	$7^2 = 49$
$111^2 = 1\ 2\ 3\ 1$	$67^2 = 4489$
| |	$667^2 = 444889$
| |	| |

* જાતે ગણીએ *

1. આપેલ સંખ્યાઓને એકી સંખ્યાઓના સરવાળા તરીકે દર્શાવો.

(a) 36 (b) 64 (c) 81

2. એકી સંખ્યાઓના ઉપયોગ દ્વારા ચકાસો કે આપેલ સંખ્યાઓ પૂર્ણવર્ગ છે કે નહિ.

(a) 47 (b) 121 (c) 144 (d) 181

3. નીચે આપેલ સંખ્યાઓને બે ક્રમિક સંખ્યાના સરવાળા તરીકે દર્શાવો.

(a) 13^2 (b) 31^2 (c) 17^2

4. યોગ્ય પેટર્નનો ઉપયોગ કરી વર્ગ મેળવો. (ગણતરી કર્યા વગર)

(a) 1111^2 (b) 6667^2 (c) 11111^2 (d) 66667^2

- **સંખ્યાઓનો વર્ગ શોધવો :**

→ 37^2 નો વર્ગ મેળવો.

$= (30 + 7)^2$

$= (30 + 7)\ (30 + 7)$

$= 30\ (30 + 7) + 7\ (30 + 7)$

$= 30^2 + (30)\ (7) + (7)\ (30) + 7^2$

$= 900 + 210 + 210 + 49$

$= 1369$

→ એકમનો અંક 5 હોય તેવી સંખ્યાનો વર્ગ કરવો.

$25^2 = (2 \times 3)$ સો $+ 25 = 625$

$35^2 = (3 \times 4)$ સો $+ 25 = 1225$

→ પાયથાગોરિઅન ત્રિપુટીઓ :

સંખ્યાઓ 3, 4 અને 5 માટે,

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$$

$$\therefore \quad 3^2 + 4^2 = 5^2$$

આથી, 3, 4 અને 5 નો સમૂહ "પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી" તરીકે ઓળખાય છે.

આવી પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીઓ શોધવા માટે,

$2m$, $m^2 - 1$ અને $m^2 + 1$ વ્યાપક સ્વરૂપનો ઉપયોગ કરી શકાય. જ્યાં એ પ્રાકૃતિક સંખ્યા છે તથા $m > 1$.

[**નોંધ :** પ્રત્યેક પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી આ વ્યાપક સ્વરૂપના ઉપયોગથી મેળવી શકાતી નથી.]

ઉદાહરણ : 1 ખરેખર ગુણાકાર કર્યા વગર વર્ગ શોધો.

(a) 28^2 (b) 18^2

(a) 28^2

$= (20 + 8)^2$

$= (20 + 8)(20 + 8)$

$= 20(20 + 8) + 8(20 + 8)$

$= 20^2 + (20)(8) + (8)(20) + 8^2$

$= 400 + 160 + 160 + 64$

$= 784$

(b) 18^2

$= (20 - 2)^2$

$= (20 - 2)(20 - 2)$

$= 20(20 - 2) - 2(20 - 2)$

$= 20^2 - (20)(2) - (2)(20) + 2^2$

$= 400 - 40 - 40 + 4$

$= 360 - 40 + 4$

$= 320 + 4$

$= 324$

ઉદાહરણ : 2 નીચે આપેલ સંખ્યા ધરાવતી પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી લખો.

(a) 3 (b) 8

(a) પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટીના વ્યાપક સ્વરૂપમાં, $2m$, $m^2 - 1$, $m^2 + 1$ પૈકી

જો $2m = 3$ લઈએ તો

m અપૂર્ણાંક મળે. $\therefore$ $2m = 3$ ન લઈ શકાય.

જો $m^2 + 1 = 3$ લઈએ તો, $m^2 = 2$, જ્યાં 2 પૂર્ણવર્ગ નથી.

$\therefore$ $m^2 + 1 = 3$ ન લઈ શકાય.

$\therefore$ $m^2 - 1 = 3$ લેતાં,

$m^2 = 4$

$\therefore$ $m = 2$

$\therefore$ પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી, $m^2 - 1 = 3$

$2m = 2(2) = 4$

$m^2 + 1 = 2^2 + 1 = 5$

$\therefore$ 3, 4, 5 એ માગેલ પાયથાગોરીઅને ત્રિપુટી છે.

(b) $m^2 - 1$, $2m$, $m^2 + 1$ પૈકી,

$m^2 - 1 = 8$ લેતાં,

$m^2 = 9$

$\therefore$ $m = 3$

$\therefore$ $2m = 2\ (3) = 6$

$\therefore$ $m^2 + 1 = 3^2 + 1 = 10$

$\therefore$ 6, 8 અને 10 એ પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી છે.

$2m = 8$ લેતાં,

$m = 4$

$\therefore$ $m^2 - 1 = 4^2 - 1 = 15$

$\therefore$ $m^2 + 1 = 4^2 + 1 = 17$

$\therefore$ 8, 15 અને 17 એ પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી છે.

∗ જાતે ગણીએ ∗

1. આપેલી સંખ્યાઓના વર્ગ શોધો.

   (a) 26 (b) 75 (c) 48 (d) 31

2. નીચે આપેલ સંખ્યા ધરાવતી પાયથાગોરીઅન ત્રિપુટી લખો.

   (a) 6 (b) 37 (c) 5 (d) 18

- **વર્ગમૂળ શોધવું :**

બાળદોસ્તો, આપણે વર્ગમૂળ એટલે શું તે વિશે સમજ મેળવીએ.

$1^2 = 1$ તેથી 1 નું વર્ગમૂળ 1 છે.

$2^2 = 4$ તેથી 4 નું વર્ગમૂળ 2 છે.

વળી, $(-2)^2 = 4$ તેથી 4નું વર્ગમૂળ (–2) થાય.

આમ, દરેક પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ ઘન અને ઋણ એમ બંને હોઈ શકે.

દા.ત. $25 = 5^2 = (-5)^2$

આમ, 25 નું વર્ગમૂળ 5 કે (–5) થાય. પરંતુ અહીં આપણે પ્રાકૃતિક સંખ્યાનું ઘન વર્ગમૂળ જ લઈશું.

→ વર્ગમૂળને સંકેતમાં '$\sqrt{\ }$' વડે દર્શાવાય છે.

દા.ત. $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{25} = 5$

1. **પુનરાવર્તિત બાદબાકીથી વર્ગમૂળ શોધવું :**

→ 36 નું વર્ગમૂળ શોધવાનો પ્રયત્ન કરીએ. તે માટે ક્રમિક એકી સંખ્યાઓ (1 થી શરૂ કરીને) બાદ કરતાં જઈએ.

(i) 36 - 1 = 35 (ii) 35 - 3 = 32 (iii) 32 - 5 = 27

(iv) 27 - 7 = 20 (v) 20 - 9 = 11 (vi) 11 - 11 = 0

અહીં, 1 થી શરૂ કરીને એકી સંખ્યાઓ બાદ કરતાં 6 પગલામાં બાદકારી શૂન્ય મળે છે. તેથી 36 પૂર્ણવર્ગ છે.

$\therefore \sqrt{36} = 6$

* જાતે ગણીએ *

* 1 થી શરૂ કરી ક્રમિક એકી સંખ્યાની બાદબાકી કરી આપેલ સંખ્યાઓ પૂર્ણવર્ગ છે કે નહિ તે જણાવો. જો પૂર્ણવર્ગ હોય તો તેમનું વર્ગમૂળ શોધો.

(a) 49 (b) 28 (c) 100 (d) 71

2. **અવિભાજ્ય અવયવીની મદદથી વર્ગમૂળ શોધવું :**

$16 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$ લખી શકાય.

$16 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2}$ (બે - બે નું જૂથ બનાવતાં)

$\therefore 16 = (2 \times 2)^2$

$\therefore 16 = 4^2$

$\therefore \sqrt{16} = 4$

ઉદાહરણ : 3 100નું વર્ગમૂળ શોધો.

જવાબ : 100ના અવિભાજ્ય અવયવો,

2	100
2	50
5	25
5	5
	1

$\therefore 100 = \underline{2 \times 2} \times \underline{5 \times 5}$

$\therefore \sqrt{100} = 2 \times 5$

$\therefore \sqrt{100} = 10$

ઉદાહરણ : 4 શું 45 પૂર્ણવર્ગ છે ? જો ના, તો નાનામાં નાની કઈ સંખ્યા વડે 45 ને ગુણવાથી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે ? નવી મળતી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પણ શોધો.

જવાબ : 45ના અવિભાજ્ય અવયવો,

3	45
3	15
5	5
	1

$45 = \underline{3 \times 3} \times 5$

અહીં, 5ની જોડી બનતી નથી.

$\therefore$ 45 પૂર્ણવર્ગ નથી.

જો 45 ને 5 વડે ગુણીએ તો 5ની જોડ બને.

$\therefore \quad 45 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$\therefore \quad 225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$\therefore \quad \sqrt{225} = 3 \times 5 = 15$

આમ, 5 વડે 45ને ગુણવાથી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે.

ઉદાહરણ : 5 396 ને નાનામાં નાની કઈ સંખ્યા વડે ભાગવાથી મળતી સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ બને ? નવી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પણ શોધો.

જવાબ : $396 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11$

2	396
2	198
3	99
3	33
11	11
	1

અહીં, 396ને 11 વડે ભાગીએ તો,

$\frac{396}{11} = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$\therefore \quad 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$

$\therefore \quad \sqrt{36} = 2 \times 3 = 6$

આમ, 396 ને 11 વડે ભાગવાથી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે.

ઉદાહરણ : 6 4, 9 અને 10 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી નાનામાં નાની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા શોધો.

જવાબ : સૌપ્રથમ 4, 9 અને 10નો સામાન્ય અવયવી (લ.સા.અ.) શોધીએ.

2	4, 9, 10
2	2, 9, 5
3	1, 9, 5
3	1, 3, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

4, 9 અને 10 નો લ.સા.અ. = 180

$\therefore \quad 180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$

નાનામાં નાની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા શોધવા માટે,

$180 \times 5 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{5 \times 5}$

$\therefore \quad 900 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$\therefore$ 900 એ નાનામાં નાની એવી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા છે જેને 4, 9 અને 10 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.

*** જાતે ગણીએ ***

1. નીચે આપેલી સંખ્યાઓના વર્ગમૂળનો એકમનો અંક શું હોઈ શકે તે જણાવો.

    (a) 144 (b) 961 (c) 729 (d) 1084

2. અવિભાજ્ય અવયવની રીતથી વર્ગમૂળ શોધો.

    (a) 196 (b) 225 (c) 529 (d) 676

    (e) 824 (f) 1089 (g) 441

3. આપેલ સંખ્યાને નાનામાં નાની કઈ સંખ્યા વડે ગુણવાથી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે ? નવી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પણ શોધો.

    (a) 216 (b) 98 (c) 125 (d) 84

4. આપેલ સંખ્યાને નાનામાં નાની કઈ સંખ્યા વડે ભાગવાથી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે ? નવી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પણ શોધો.

    (a) 392 (b) 63 (c) 540 (d) 52

5. 5, 7 અને 9 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તેવી નાનામાં નાની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા શોધો.

6. આપેલ વિધાનો ખરાં છે કે ખોટાં તે જણાવો.

    (a) બે પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાઓનો સરવાળો હંમેશા પૂર્ણવર્ગ જ હોય.

    (b) બેકી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ બેકી સંખ્યા જ મળે.

    (c) પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનો એકમનો અંક 3 કે 8 હોય જ.

    (d) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$

7. એક પ્રાર્થનાખંડમાં 2704 બેઠકો છે. જો ખંડમાં હારની સંખ્યા અને પ્રત્યેક હારમાં બેઠકની સંખ્યા સમાન હોય તો, પ્રત્યેક હારમાં કેટલી બેઠક હશે ?

8. એક ચોરસ આકારના ખેતરનું ક્ષેત્રફળ 1296 ચો.મી છે. આ ખેતરની ફરતે તારની વાડ કરવા માટે કેટલી લંબાઈના તારની જરૂર પડશે ?

- **ભાગાકારની રીતે વર્ગમૂળ શોધવું :**

n અંકોવાળી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાના વર્ગમૂળમાં અંકોની સંખ્યા,

જો n બેકી હોય તો $\frac{n}{2}$ મળે અને

જો n એકી હોય તો $\frac{n+1}{2}$ મળે.

દા.ત. 961 - ત્રણ અંક છે. જે એકી સંખ્યા છે.

$\therefore$ તેના વર્ગમૂળમાં $\frac{3+1}{2} = 2$ અંક હશે.

$\sqrt{961} = 31$

તે જ રીતે 9801 - ચાર અંક છે. જે બેકી સંખ્યા છે.

$\therefore$ તેના વર્ગમૂળમાં $\frac{4}{2} = 2$ અંક હશે.

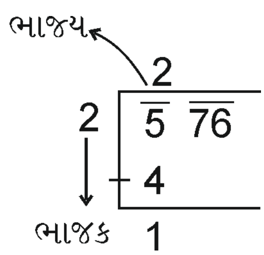
$\therefore \sqrt{9801} = 99$

ઉદાહરણ : 7 ભાગાકારની રીતે 576 નું વર્ગમૂળ મેળવો.

જવાબ : સોપાન-1 $\overline{5}\ \overline{76}$

આપેલ સંખ્યાના એકમના અંકથી શરૂ કરી બે અંકની જોડી બને તેમ જોડીની ઉપર લીટી કરતાં જાઓ. આમ કરતાં સૌથી ડાબી બાજુ જો એક જ અંક વધે તો તેના પર લીટી દોરો. આમ, કરવાથી આપણને $\overline{5}\ \overline{76}$ મળશે.

સોપાન-2 હવે, સૌથી ડાબે આવેલ જોડી (અહીં $\overline{5}$) માટે એવી સંખ્યા શોધીએ કે જેનો વર્ગ 5 કે 5 થી નાના હોય.

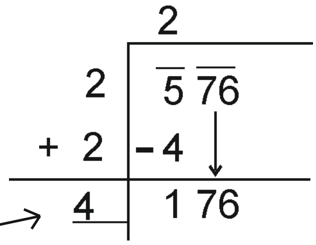


$\therefore 2^2 < 5 \quad \therefore$ 2 આપણો ભાજક થશે.

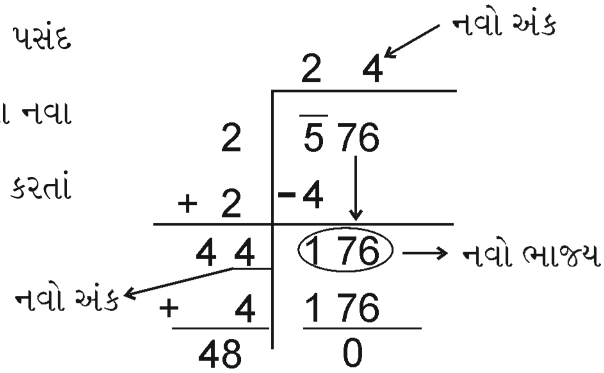
અને 5 ભાજ્ય થશે. આમ, કરતાં શેષ 1 અને ભાગફળ 2 મળે.

સોપાન-3 હવે, 5 પછીની જોડી (એટલે કે $\overline{76}$) ને શેષની જમણી બાજુએ નીચે ઉતારો. તેથી નવો ભાજ્ય 176 મળશે.

તથા ભાજકને બમણો કરી (અથવા તે જ સંખ્યા ફરી ઉમેરી) જમણી બાજુ ખાલી જગ્યામાં મૂકો.



સોપાન-4 હવે, ખાલી જગ્યામાં એવો મોટામાં મોટો અંક પસંદ કરો કે જેથી તે ભાગફળનો નવો અંક બને તથા નવા ભાજક સાથેનો તેનો ગુણાકાર નવા ભાજ્ય કરતાં નાનો અથવા તેના જેટલો થાય.



અહીં, નવો ભાજ્ય = 176

જો નવો અંક 4 પસંદ કરીએ તો, $44 \times 4 = 176$ થાય.

$\therefore$ નવો અંક = 4

સોપાન-5 અહીં શેષ શૂન્ય મળે છે. તથા આપેલ સંખ્યાના કોઈ અંક પણ બાકી રહેતા નથી.

$\therefore \sqrt{576} = 24$

ઉદાહરણ : 8 વર્ગમૂળ શોધ્યા વગર જણાવો કે વર્ગમૂળના અંકોની સંખ્યા કેટલી હશે ?

(a) 1369 (b) 36384

જવાબ : (a) 1369

બે - બે અંક જોડ બનાવતાં (એકમના અંકથી શરૂ કરીને) $\overline{13}\ \overline{69}$ - બે જૂથ મળે છે.

$\therefore$ વર્ગમૂળમાં પણ બે અંકો હશે.

(b) 36384

બે - બે અંક જોડ બનાવતાં (એકમના અંકથી શરૂ કરીને) $\overline{3}\ \overline{63}\ \overline{84}$ - ત્રણ જૂથ મળે છે.

$\therefore$ વર્ગમૂળમાં ત્રણ અંકો હશે.

ઉદાહરણ : 9 એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો કે જેને 825 માંથી બાદ કરતાં મળતી નવી સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ હોય.

જવાબ : ભાગાકારની રીતે વર્ગમૂળ શોધવાની રીતનો ઉપયોગ કરતાં,

શેષ 41 મળે છે.

$\therefore$ 825 – 41 = 784 મળે.

$\therefore \sqrt{784} = 28$

$\therefore$ 825 માંથી 41 બાદ કરતાં પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે.

	2 8
2	$\overline{8}\,\overline{25}$
2	4
48	4 25
8	3 84
56	(41)

ઉદાહરણ : 10 એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો કે જેને 825 માં ઉમેરતાં મળતી નવી સંખ્યા પૂર્ણવર્ગ હોય. નવી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ પણ લખો.

જવાબ : ભાગાકારની રીતનો ઉપયોગ કરતાં.

શેષ 41 મળે છે.

$\therefore 28^2 < 825$

$\therefore$ 825 પછીની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા 29^2 થાય.

$\therefore 29^2 = 841$

$\therefore$ 841 - 825 = 16.

$\therefore$ 825માં 16 ઉમેરતાં પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે.

	2 8
2	$\overline{8}\,\overline{25}$
2	- 4
48	4 25
8	3 84
56	(41)

ઉદાહરણ : 11 ભાગાકારની રીતે 51.84નું વર્ગમૂળ શોધો.

જવાબ : સોપાન-1 અહીં, દશાંશચિહ્નની જમણી બાજુથી 2-2 અંકની જોડી બનાવીશું. તે જ રીતે દશાંશ ચિહ્નની ડાબી બાજુ પણ 2-2 અંકની જોડી બનાવીશું.

$\therefore 51.84 = \overline{51}.\overline{84}$

	7
7	$\overline{51}\,.\,\overline{84}$
	−49
	2

સોપાન-2 ડાબી બાજુની જોડ 51 માટે, એવી સંખ્યા ભાજક તરીકે લઈશું કે જેનો વર્ગ 51 થી નાનો હોય.

	7 . 2
7	$\overline{51}$. $\overline{84}$
7	- 49 ↓
142	2 84
2	- 2 84
144	0

$\therefore\ 7^2 < 51$

$\therefore$ આમ કરતાં શેષ 2 મળે.

સોપાન-3 હવે, દશાંશચિહ્ન પછીની જોડ (84) નીચે ઉતરતાં નવો ભાજ્ય 284 બને. તેના માટે નવો અંક પસંદ કરીએ ત્યારે તે અંક પહેલાં દશાંશચિહ્ન મૂકવાનું ભૂલીશું નહિં. (કારણ કે $\overline{84}$ દશાંશ વિભાગમાં છે.

$\therefore$ નવો અંક = 2 નવો ભાજક = 142,

નવો ભાજ્ય = 284

સોપાન-4 હવે, શેષ શૂન્ય મળે છે. તથા આપેલ સંખ્યામાં કોઈ અંક બાકી નથી.

$\therefore\ \sqrt{51.84} = 7.2$

ઉદાહરણ : 12 એક માળી પાસે 1000 છોડ છે. તે આ છોડને એવી રીતે રોપવા માગે છે કે બગીચામાં હાર અને સ્તંભોની સંખ્યા સમાન મળે. તો શું આટલા છોડથી આ ગોઠવણી શકાય છે? જો ના, તો કેટલાં વધુ છોડની જરૂર પડશે ?

જવાબ : ભાગાકારની રીતે વર્ગમૂળ શોધવાની રીતનો ઉપયોગ કરતાં,

શેષ 39 વધે છે.

	3 1
3	$\overline{10}$ $\overline{00}$
3	- 9
61	1 00
	61
	39

$\therefore$ 1000 છોડથી ઈચ્છિત ગોઠવણી શક્ય નથી.

હવે, $31^2 < 1000$

$\therefore$ 1000 પછીની પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા 32^2 થાય.

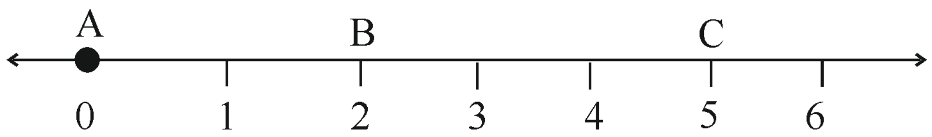
$\therefore\ 32^2 = 1024$

$\therefore\ 1024 - 1000 = 24$

$\therefore$ ઈચ્છિત ગોઠવણી માટે વધુ 24 છોડની જરૂર પડશે.

* જાતે ગણીએ *

1. નીચે આપેલ સંખ્યારેખા પર કયું બિંદુ દર્શાવે છે ?



2. ભાગાકારની રીતે વર્ગમૂળ શોધો.

   (a) 4624 (b) 11664 (c) 426409 (d) 44521

   (e) 44.89 (f) 5.4756 (g) 11.2896 (h) $\frac{121}{289}$

   (i) $\frac{1681}{2209}$

3. નીચે આપેલ સંખ્યાઓ માટે નાનામાં નાની એવી સંખ્યા શોધો કે જે બાદ કરવાથી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે. નવી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ શોધો.

   (a) 615 (b) 882 (c) 1257 (d) 7575

4. નીચે આપેલ સંખ્યાઓ માટે નાનામાં નાની એવી સંખ્યા શોધો કે જે ઉમેરવાથી પૂર્ણવર્ગ સંખ્યા મળે. નવી સંખ્યાનું વર્ગમૂળ શોધો.

   (a) 700 (b) 7536 (c) 8428 (d) 9595

5. 20 મીટર લંબાઈ અને 15 મીટર પહોળાઈ ધરાવતા લંબચોરસના વિકર્ણની લંબાઈ શોધો.

6. એક ચોરસ ખેતરને ખેડવાનો ખર્ચ ₹ 62500 છે. ખેડવાનો ખર્ચ ₹ 4/- ચો.મી હોય તો ખેતરની લંબાઈ શોધો.

પ્રકરણ 7

1 7 2 9 એ એક રસપ્રદ સંખ્યા છે. તેને હાર્ડી-રામાનુજન સંખ્યા તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે. તેની ખાસિયત શું છે ?

$1729 = 1728 + 1 = 12^3 + 1^3$

અહીં, $1728 = 12 \times 12 \times 12$ તથા $1 = 1 \times 1 \times 1$

આમ, જો કોઈ અંકને પોતાની સાથે જ ત્રણ વાર ગુણવામાં આવે તો મળતી સંખ્યા ઘન સંખ્યા કે પૂર્ણઘન સંખ્યા કહેવાય. ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં 1728 અને 1 એ પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ છે.

→ શું 12 એ પૂર્ણઘન સંખ્યા છે ? ચાલો ચકાસીએ.

$12 = 2 \times 2 \times 3$ અહીં, 12 એ કોઈ એક સંખ્યાને ત્રણવાર ગુણવાથી મળતી સંખ્યા નથી.

$\therefore$ 12 ઘનસંખ્યા કે પૂર્ણઘન નથી.

પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ વિશે કેટલીક રસપ્રદ બાબતો નોંધીએ.

→ 1 થી 1000 માં માત્ર દસ પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ છે.

→ જો સંખ્યાનો એકમનો અંક <u>3</u> હોય તો તેના ઘનનો એકમનો અંક <u>7</u> હોય.

→ જો સંખ્યાનો એકમનો અંક <u>7</u> હોય તો તેના ઘનનો એકમનો અંક <u>3</u> હોય.

→ જો સંખ્યાનો એકમનો અંક <u>2</u> હોય તો તેના ઘનનો એકમનો અંક <u>8</u> હોય.

→ જો સંખ્યાનો એકમનો અંક <u>8</u> હોય તો તેના ઘનનો એકમનો અંક <u>2</u> હોય.

→ જો સંખ્યાનો એકમનો અંક 1, 4, 5, 6, કે 9 હોય તો તેના ઘનના એકમના અંક અનુક્રમે 1, 4, 5, 6 કે 9 જ આવે છે. એટલે કે સંખ્યામાં જે એકમનો અંક હોય તે જ એકમનો અંક તેના ઘનમાં પણ હોય.

→ એકી સંખ્યાનો ઘન હંમેશા એકી સંખ્યા અને બેકી સંખ્યાનો ઘન હંમેશા બેકી સંખ્યા જ મળે.

→ સંખ્યામાં છેલ્લે જેટલા શૂન્ય હોય તેનાથી 3 ગણા શૂન્ય તેના ઘનમાં છેલ્લે હોય.

∗ જાતે ગણીએ ∗

1. નીચે આપેલ સંખ્યાનો ઘન કરવાથી મળતી સંખ્યાનો એકમનો અંક શું હશે તે જણાવો.

   (a) 22 (b) 38 (c) 17 (d) 2356 (e) 3001 (f) 2020

   (g) 73 (h) 199

2. 30 ના ઘનમાં શૂન્યોની સંખ્યા ચાર હશે. ખરું કે ખોટું ?

- **આપેલ સંખ્યા પૂર્ણઘન છે કે નહિ તે શોધવું :**

ઉદાહરણ : 1 2025 એ પૂર્ણઘન છે કે નહિં તે ચકાસો. જો ના, તો એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો કે જેના વડે 2025 ને ગુણવાથી પૂર્ણઘન સંખ્યા મળે.

જવાબ : અવિભાજ્ય અવયવની રીતનો ઉપયોગ કરતાં,

5	2025
5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$2025 = 5 \times 5 \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 3$

અહીં અવયવ 5 બે વાર આવે છે તથા 3નું એક જૂથ મળે છે જેમાં 3 ત્રણવાર આવે છે જ્યારે બીજા જૂથમાં 3 એક જ વાર છે.

∴ 2025 એ પૂર્ણઘન નથી.

∴ જો 5 અને 3 બંને 3 વાર હોય તો પૂર્ણઘન સંખ્યા બને.

$\therefore\ 2025 \times \underline{5} \times \underline{3 \times 3} = \underline{5 \times 5 \times 5} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$

$\therefore\ 2025 \times 45 = 5 \times 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

$= 5^3 \times 3^3 \times 3^3$

$= (5 \times 3 \times 3)^3$

$91125 = 45^3$

∴ 45 એવી નાનામાં નાની સંખ્યા છે જેના વડે 2025ને ગુણવાથી પૂર્ણઘન સંખ્યા મળે.

ઉદાહરણ : 2 શું 192 પૂર્ણઘન છે ? જો ના, તો એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો કે જેના વડે 192ને ભાગવાથી પૂર્ણઘન સંખ્યા મળે ?

2	192
2	96
2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

જવાબ : 192 ના અવિભાજ્ય અવયવો મેળવતાં,

$192 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 3$

અહીં, અવિભાજ્ય અવયવ 3 એ ત્રણ વાર આવતો નથી.

$\therefore$ 192 એ પૂર્ણઘન નથી.

હવે, પૂર્ણઘન સંખ્યા મેળવવા માટે 192 ને 3 વડે ભાગીએ તો નવી સંખ્યા પૂર્ણઘન હશે.

$\therefore \quad 192 \div 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$= 2^3 \times 2^3$

$= (2 \times 2)^3$

$\therefore \quad 64 = 4^3$

તેથી 3 એવી નાનામાં નાની સંખ્યા છે જેના વડે 192 ને ભાગતાં મળતી સંખ્યા 64 પૂર્ણઘન છે.

* જાતે ગણીએ *

1. નીચેનામાંથી કઈ સંખ્યા પૂર્ણઘન નથી ?
   (a) 250 (b) 1256 (c) 1024 (d) 4096
2. એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો કે જેથી તેને નીચે આપેલ સંખ્યા સાથે ગુણવાથી મળતી સંખ્યા પૂર્ણઘન હોય.
   (a) 256 (b) 567 (c) 8640 (d) 882
3. એવી નાનામાં નાની સંખ્યા શોધો કે જેના વડે નીચે આપેલી સંખ્યાને ભાગવાથી મળતી સંખ્યા પૂર્ણઘન હોય.
   (a) 198 (b) 392 (c) 24025 (d) 500
4. બે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર 2:3 છે. તેમના ઘનનો સરવાળો 280 હોય, તો તે પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ કઈ હશે ?

- **ઘનમૂળ :**

સૌપ્રથમ આપણે ઘનમૂળ વિશેની સમજ મેળવીએ.

$2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$

2નો ઘન = 8 તો 8નું ઘનમૂળ = 2

3નો ઘન = 27 તો 27નું ઘનમૂળ = 3

→ ઘનમૂળને સંકેતમાં '$\sqrt[3]{\ }$' વડે દર્શાવાય છે.

$\therefore \sqrt[3]{8} = 2$; $\sqrt[3]{27} = 3$

→ અવિભાજ્ય અવયવીકરણની રીતે ઘનમૂળ શોધવું.

ઉદાહરણ : 4 64 નું ઘનમૂળ મેળવો.

જવાબ : 64 ના અવિભાજ્ય અવયવો,

$64 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2}$

$\sqrt[3]{64} = 2 \times 2 = 4$

$\therefore \sqrt[3]{64} = 4$

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

- **અનુમાનની રીતથી ઘનમૂળ શોધવું :**

અનુમાનની રીતથી ઘનમૂળ શોધવા માટે આપણે એ જાણતા હોવા જોઈએ કે આપેલ સંખ્યા પૂર્ણઘન છે.

ઉદાહરણ : 5 175616 નું ઘનમૂળ અનુમાનની રીતે શોધો.

જવાબ : સોપાન-1 175616 માટે, જમણી બાજુથી શરૂ કરી ત્રણ સંખ્યાઓનું જૂથ બનાવીશું. બાકી વધતી સંખ્યા (અહીં 3 અંક)નું બીજું જૂથ બનાવીએ. આમ કરતાં,

$\underline{175}$ ↓ બીજું જૂથ $\underline{616}$ ↓ પ્રથમ જૂથ

સોપાન-2 પ્રથમ જૂથ - 616 નો એકમનો અંક 6 છે. જો સંખ્યાનો એકમનો અંક 6 હોય તો તેના ઘનમૂળનો એકમનો અંક 6 મળે.

તેથી અહીં, 175616 નો ઘનમૂળનો એકમનો અંક 6 છે.

સોપાન-3 હવે, બીજું જૂથ 175 છે.

175 એ બે ક્રમિક પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ 125 અને 216 ની વચ્ચે છે.

$\therefore\ 125 < 175 < 216$

$\therefore\ 5^3 < 175 < 6^3$

તેથી 5 અને 6 પૈકી નાની સંખ્યા 5 એ આપેલ સંખ્યા 175616 ના ઘનમૂળનો દશકનો અંક બને.

$\therefore\ \sqrt[3]{175616} = 56$

ઉદાહરણ : 6 અનુમાનની રીતે 1124864નું ઘનમૂળ શોધો.

જવાબ : સોપાન-1 1124864 માટે, જમણી બાજુથી શરૂ કરી સૌપ્રથમ ત્રણ અંકનું જૂથ અને ત્યારબાદ બાકી વધતી સંખ્યા (અહીં 4 અંક)નું બીજું જૂથ બનાવીશું. આમ કરતાં,

1124	864
↓	↓
બીજું જૂથ	પ્રથમ જૂથ

સોપાન-2 અહીં, પ્રથમ જૂથમાં એકમનો અંક 4 છે. (86<u>4</u>) જો સંખ્યાનો એકમનો અંક 4 હોય તો તેના ઘનમૂળનો એકમનો અંક 4 મળે.

$\therefore$ 1124864 નો ઘનમૂળનો એકમનો અંક 4 થશે.

સોપાન-3 હવે, બીજું જૂથ 1124 છે.

1124 એ ક્રમિક પૂર્ણઘન સંખ્યાઓ 1000 અને 1331 ની વચ્ચેની સંખ્યા છે.

$\therefore\ 1000 < 1124 < 1331$

$\therefore\ 10^3 < 1124 < 11^3$

તેથી 10 અને 11 પૈકી નાની સંખ્યા 10 એ 1124864 ના ઘનમૂળના બાકીના (શતક અને દશક)ના અંકો બનશે.

$\therefore$ 1124864 નું ઘનમૂળ = 104 થાય.

$\therefore \sqrt[3]{1124864} = 104$

*** જાતે ગણીએ ***

1. નીચે આપેલી સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ અવિભાજ્ય અવયવીકરણની રીતે શોધો.

   (a) 1728 (b) 3375 (c) 19683 (d) 74088

2. નીચે આપેલ સંખ્યાઓનું ઘનમૂળ અનુમાનની રીતે મેળવો.

   (a) 15625 (b) 110592 (c) 970299 (d) 32768

પ્રકરણ 8

બાળદોસ્તો, સરખામણી કરવા માટે આપણે તફાવતની રીત અને ગુણોત્તરનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

- **ગુણોત્તર :**

જ્યારે બે જથ્થાઓની સરખામણી કેટલા ગણા / કે કેટલામાં ભાગનું છે તે રીતે કરીએ ત્યારે તે સરખામણી ગુણોત્તર તરીકે ઓળખાય છે. ગુણોત્તર માટે ‘:’ (વંચાય-જેમ) સંકેતનો ઉપયોગ થાય છે.

ઉદાહરણ : 1 પેનની કિંમત ₹ 10 છે. પેન્સિલની કિંમત ₹ 2 છે.

પેન અને પેન્સિલની કિંમતનો ગુણોત્તર = $\frac{₹ 10}{₹ 2} = \frac{5}{1} = 5:1$

$\therefore$ ગુણોત્તર 5:1 (5 જેમ 1) છે.

- **ટકાવારી :**

ટકા એ એવા અપૂર્ણાંકોનો અંશ છે જેનો છેદ 100 હોય. ટકા શબ્દ ‘Per Centum’ પરથી આવ્યો છે. જેનો અર્થ ‘પ્રતિ સો’ થાય છે.

→ ટકા દર્શાવવા માટેનો સંકેત ‘%’ છે જેનો અર્થ શતાશ પણ થાય છે.

ઉદાહરણ : 2 વિરાજને 100 ગુણની કસોટીમાં 74 ગુણ મળ્યા છે. તેને ટકામાં દર્શાવો.

જવાબ : વિરાજના ગુણની ટકાવારી = $\frac{74}{100} \times \frac{100}{100} = \frac{74}{100}$

= 74 %

અહીં, આપણે ગુણોત્તર $\left(\frac{74}{100}\right)$ને $\frac{100}{100}$ વડે ગુણીએ છીએ. આવું જ એક અન્ય ઉદાહરણ લઈએ જેમાં કુલ 100 ન હોય.

ઉદાહરણ : 3 યોગેશ 50 ગુણની કસોટીમાં 37 ગુણ મેળવે છે. તો તેની ટકાવારી શોધો.

જવાબ : યોગેશના ગુણની ટકાવારી = $\frac{37}{\cancel{50}_{1}} \times \frac{\cancel{100}^{2}}{100} = \frac{37 \times 2}{100} = \frac{74}{100}$

= 74 %

ઉદાહરણ : **4** નીચેનાને ટકામાં ફેરવો.

(1) $\frac{14}{16}$ (2) $\frac{3}{5}$ (3) 0.15 (4) 0.08

જવાબ : 1. $\frac{14}{16} \times \frac{100}{100} = \frac{\overset{7}{\cancel{14}}}{\underset{\underset{2}{\cancel{4}}}{\cancel{16}}} \times \overset{25}{\cancel{100}}\% = \frac{175}{2}\% = 87.5\%$

2. $\frac{3}{\cancel{5}} \times \overset{20}{\cancel{100}}\% = 60\%$

3. $0.15 \times 100\% = \frac{15}{100} \times 100 = 15\%$

4. $0.08 \times 100\% = \frac{8}{100} \times 100 = 8\%$

ઉદાહરણ : **5** નીચે આપેલ ટકાને અપૂર્ણાંક તથા દશાંશમાં રૂપાંતર કરો.

(1) 35% (2) 125% (3) 57%

જવાબ : (1) $35\% = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$ (અપૂર્ણાંક સ્વરૂપ)

$35\% = \frac{35}{100} = 0.35$ (દશાંશ સ્વરૂપ)

(2) $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

$125\% = \frac{125}{100} = 1.25$

(3) $57\% = \frac{57}{100}$

$57\% = \frac{57}{100} = 0.57$

- **ટકાનું "કેટલા" માં રૂપાંતર :**

ઉદાહરણ : **6** ₹ 160 ના 25 % શોધો.

(1) 35% (2) 125% (3) 57%

જવાબ : ₹ 160 ના 25 % $= \frac{25}{100} \times 160 =$ ₹ 40

- **ટકાનો વ્યવહારિક ઉપયોગ :**

ટકાનો વ્યવહારમાં ઉપયોગ નફો-ખોટ, વ્યાજ, કરવેરાના દર, ગુણ વગેરે જેવી રાશિઓ (બાબતો) દર્શાવવા માટે થાય છે. આવાં કેટલાક વ્યવહારું ઉદાહરણો વિશે જાણીએ.

ઉદાહરણ : 7 એક શહેરના 18 - 25 વર્ષના 250 યુવાનોનો સર્વે કરવામાં આવ્યો. આ સર્વે મુજબ 60 % યુવાનો પોતાના સારા આરોગ્ય માટે નિયમિત કસરત કરતા જોવા મળ્યા. તો કેટલા યુવાનો નિયમિત કસરત કરતા નથી ?

જવાબ : કુલ યુવાનો = 250

કસરત કરતા યુવાનોની ટકાવારી = 60%

$\therefore$ કસરત ન કરતા યુવાનોની ટકાવારી = 100 - 60

= 40%

હવે, 250 ના 40% મેળવીએ.

$\therefore$ 250 ના 40% $= 250 \times \frac{40}{100}$

$= 100$

$\therefore$ 250 માંથી 100 યુવાનો નિયમિત કસરત કરતા નથી.

ઉદાહરણ : 8 જયેન્દ્ર તેના પગારના 18% બચત પેટે રાખે છે. જો ચાલુ માસની તેની બચત ₹ 8190 હોય, તો તેને પગાર પેટે કેટલી રકમ મળી હશે ?

જવાબ : આપેલ આ પ્રશ્નનો બે રીતે ઉકેલ મેળવવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

રીત-1 જો બચત ₹ 18 હોય તો પગાર = ₹ 100

જો બચત ₹ 8190 હોય તો પગાર $= \frac{8190}{18} \times 100 = 45,500$

આમ, જયેન્દ્રના પગાર પેટે ₹ 45,500 મળ્યા હશે.

રીત-2 બચતની ટકાવારી = 18% બચત (₹) = ₹ 8190

ધારો કે પગાર ₹ x છે.

$\therefore$ બચત ₹ x ના 18% થાય.

$\therefore$ x ના 18% = ₹ 8190

$\therefore$ $x \times \frac{18}{100} = 8190$

$\therefore$ $x = \frac{8190 \times 100}{18}$

$\therefore$ x = ₹ 45,500

$\therefore$ જયેન્દ્રને પગાર પેટે ₹ 45,500 મળ્યા હશે.

---

* જાતે ગણીએ *

1. નીચે આપેલ સંખ્યાઓનો ગુણોત્તર શોધો.

   (1) 12 કિમી અને 180 મીટર　　(2) 25 ગ્રામ અને 3 કિલોગ્રામ

   (3) 32 મિનિટ અને 76 સેન્કડ　　(4) 175 પૈસા અને 7 રૂપિયા

2. નીચે આપેલ ગુણોત્તરનું ટકાવારીમાં રૂપાંતર કરો.

   (1) 2:5　　(2) 5:7　　(3) 3:8

3. નીચે આપેલ ટકાવારીને ગુણોત્તર અને દશાંશ સ્વરૂપમાં ફેરવો.

   (1) 28%　　(2) 137%　　(3) 215%

4. એક રેસ્ટોરન્ટમાં દિવસ દરમ્યાન આવનાર લોકોમાંથી 60% વ્યક્તિઓ ચા પીવે છે. જ્યારે બાકીના લોકો કોફી પીવે છે. જો દિવસમાં રેસ્ટોરન્ટમાં આવતા વ્યક્તિઓની સંખ્યા 375 હોય, તો કેટલા લોકો કોફી પીવે છે ?

5. અવની પાસે સોનાની વીંટી છે. આ વીટીંની બનાવટમાં 12% તાંબુ અને બાકીનો ભાગ સોનાનો ઉપયોગ થયો છે. જો તાંબાનું વજન 1.8 ગ્રામ હોય તો વીંટીનું કુલ વજન કેટલા ગ્રામ હશે ?

6. મનહર કેટલાક ધાબળા લઈને જરૂરિયાતવાળા લોકોને વહેંચવા માટે નીકળે છે. તેની પાસે રહેલ ધાબળામાંથી 55% ધાબળા તે વહેંચી દે છે. બાકી વધેલા 90 ધાબળા તે એક સેવાભાવી સંસ્થાને આપી દે છે. તો તેની પાસે કુલ કેટલા ધાબળા હશે ?

- **ટકાવારી વધારો કે ઘટાડો શોધવો :**

રોજિંદા જીવનમાં આપણે ઘણીવાર નીચે મુજબનાં વાક્યો સાંભળ્યાં હશે.

(a) મકાનની કિંમતમાં 20% નો વધારો.

(b) પેટ્રોલની કિંમતમાં 5% નો વધારો.

(c) શેરબજાર 3% ગગડ્યું. (ઘટાડો)

(d) વધુ ઠંડીને કારણે પ્રવાસીઓમાં 17% નો ઘટાડો.

આવાં ઉદાહરણોમાં મૂળકિંમત કે વધારો / ઘટાડો થયા બાદની કિંમત શોધવા માટે વધુ ઉદાહરણ સમજીએ.

ઉદાહરણ : 9 કોઈ એક કંપનીના શેરની કિંમત ₹ 180 હતી. કંપનીના સારી કામગીરીને પગલે તેના શેરના ભાવમાં 8% નો વધારો થયો. તો વધારો થયા બાદ શેરની કિંમત શોધો.

જવાબ : શેરની મૂળકિંમત = ₹ 180

શેરના ભાવમાં થતો વધારો (%) = 8%

અહીં વધારો (₹ માં) શોધવા 180 ના 8% શોધીશું.

$\therefore$ ₹ 180 ના 8% $= 180 \times \frac{8}{100}$

= ₹ 14.40

$\therefore$ વધારો (₹) = ₹ 14.40

$\therefore$ વધારો થયા બાદ શેરની કિંમત = મૂળકિંમત + વધારો

= 180 + 14.40

= ₹ 194.40

$\therefore$ વધારો થયા બાદ શેરની કિંમત ₹ 194.40 થાય.

ઉદાહરણ : 10 એક કબાટ 5% વળતર આપી ₹ 5225 માં વેચેલ છે તો તેની છાપેલ કિંમત શોધો.

જવાબ : વળતર = 5%

વેચાણ કિંમત = ₹ 5225

છાપેલ કિંમત = ?

ધારો કે, છાપેલ કિંમત ₹ 100 છે.

∴ વળતર (₹) = ₹ 5

∴ વેચાણ કિંમત = 100 - 5 = ₹ 95

∴ જો વેચાણ કિંમત ₹ 95 હોય તો છાપેલ કિંમત = ₹ 100

∴ જો વેચાણ કિંમત ₹ 5225 હોય તો છાપેલ કિંમત $= \frac{5225 \times 100}{95}$

$= ₹\ 5500$

∴ કબાટની છાપેલી કિંમત ₹ 5500 હશે.

ઉદાહરણ : 11 એક દુકાનદાર ₹ 2400 માં 80 વસ્તુઓ ખરીદે છે અને તેને 16% નફા સાથે વેચે છે. તો એક વસ્તુની વેચાણ કિંમત શોધો.

જવાબ : 80 વસ્તુની ખરીદકિંમત = ₹ 2400

∴ 1 વસ્તુની ખરીદકિંમત $= \frac{₹\ 2400}{80}$

∴ 1 વસ્તુની ખરીદકિંમત = ₹ 30

હવે, આ વસ્તુ 16% નફા સાથે વેચે છે.

∴ નફો (₹) = ₹ 30 ના 16%

$= 30 \times \frac{16}{100}$

∴ નફો (₹) = ₹ 4.80

∴ એક વસ્તુની વેચાણકિંમત = મૂળકિંમત + નફો

= ₹ 30 + ₹ 4.80

= ₹ 34.80

∴ એક વસ્તુની વેચાણકિંમત ₹ 34.80 છે.

ઉદાહરણ : 12 દૂધવાળાએ પોતાની બે ભેંસ ₹ 20000 લેખે વેચી. એક ભેંસ પર તેને 5% નફો અને બીજી ભેંસ પર તેને 10% ખોટ થઈ. તો સમગ્ર રીતે નફો કે ખોટ શોધો.

જવાબ : પ્રત્યેક ભેંસની વેચાણકિંમત = ₹ 20000

∴ બે ભેંસની કુલ વેચાણકિંમત = 2 × ₹ 20000

= ₹ 40000

→ એક ભેંસ પર 5% નફો થાય છે. તેની મૂળકિંમત શોધીએ.

જો મૂળકિંમત ₹ 100 ધારીએ તો, નફો ₹ 5 થાય.

∴ વેચાણકિંમત = ₹ 100 + ₹ 5 = ₹ 105

∴ ₹ 105 વેચાણકિંમત હોય ત્યારે મૂળકિંમત = ₹ 100

∴ ₹ 20000 વેચાણકિંમત હોય ત્યારે મૂળકિંમત = $\frac{₹\ 20000 \times 100}{105}$

= ₹ 19047.62

→ બીજી ભેંસ પર 10% ખોટ થાય છે. તેની મૂળકિંમત શોધીએ.

જો મૂળકિંમત ₹ 100 ધારીએ તો, ખોટ ₹ 10 થાય.

∴ વેચાણકિંમત = ₹ 100 - ₹ 10 = ₹ 90

∴ ₹ 90 વેચાણકિંમત હોય ત્યારે મૂળકિંમત = ₹ 100

∴ ₹ 20000 વેચાણકિંમત હોય ત્યારે મૂળકિંમત = $\frac{₹\ 20000 \times 100}{90}$

= ₹ 22222.22

હવે, બે ભેંસોની કુલ મૂળકિંમત શોધીએ.

કુલ મૂળકિંમત = ₹ 19047.62 + ₹ 22222.22

= ₹ 41269.84

અહીં મૂળકિંમત એ વેચાણકિંમત કરતાં વધુ છે.

∴ દૂધવાળાને ખોટ જશે.

∴ ખોટ (₹) = મૂળકિંમત - વેચાણકિંમત

= 41269.84 - 40000

= ₹ 1269.84

∴ દૂધવાળાને ₹ 1269.84 ની ખોટ થશે.

- **GST આધારિત પ્રશ્નો :**

1 જુલાઈ 2017 થી ભારત સરકારે વિવિધ કર જેવા કે ST (સેલ્સટેક્ષ), VAT (વેલ્યુ એડેડે ટેક્ષ) કે જે વસ્તુની મૂળકિંમત ઉપર વસૂલવામાં આવતા હતા. તે નાબૂદ કર્યા. તેના બદલે GST (Goods and Service Tax) અર્થાત્ વસ્તુ અને સેવા કર લાગુ પાડેલ છે. આ કર વસ્તુની કિંમત અથવા સેવા અથવા બંને ઉપર વસૂલવામાં આવે છે.

★ *જુદી જુદી વસ્તુ પર લાગતો GST ટેક્સ જુદો-જુદો હોય છે. દા.ત. ટી.વી.ના સેટ-અપ બોક્ષ, પ્રિન્ટર્સ, પાવરબેન્ક વગેરે પર 18% લાગે છે. GST ના બે ભાગ છે. (1) CGST અને (2) SGST. CGST કેન્દ્ર સરકારમાં જમા થતો વેરો અને SGST એ રાજ્ય સરકારમાં જમા થતો વેરો છે. અર્થાત જો કોઈ વસ્તુ પર 18% GST લાગે તો 9% CGST + અને 9% SGST હોય છે.*

ઉદા.13 *વિમલે ₹5400માં હેરડ્રાયર ખરીદ્યુ. જેમાં 8% GST લાગ્યો હતો. GST પહેલાની કિંમત શોધો.*

જવાબ: GST *સહિતની કિંમત* = ₹5400

GST *નો દર* = 8%

ધારોકે, GST *પહેલાની કિંમત* ₹100 *છે.*

∴ 8% GST *ઉમેર્યા બાદની કિંમત* = ₹100 + 8

= 108

∴ *જો* GST *સહિતની કિંમત* ₹108 *હોય તો મૂ.કિ.* = ₹100

∴ *જો* GST *સહિતની કિંમત* ₹5400 *હોય તો મૂ.કિ.* = $\frac{5400 \times 100}{108}$

= ₹5000

∴ *હેરડ્રાયરની* GST *પહેલાની કિંમત* ₹5000 *થાય.*

* જાતે ગણીએ *

1. એક વ્યક્તિને તેના પગારમાં 15% વધારો મળ્યો. જો નવો પગાર (વધારો મળ્યા બાદનો) ₹74,750 હોય તો મૂળ પગાર શોધો.
2. કોઈ એક રાજ્યમાં વર્ષ 2018 માં ઘઉંનું ઉત્પાદન 67 લાખ ટન હતું. વર્ષ 2019 માં સારા વરસાદ અને અનુકૂળ વાતાવરણને લીધે તે ઉત્પાદન 12% વધી ગયું. તો વર્ષ 2019 માં ઘઉંનું ઉત્પાદન કેટલા ટન થયું હશે ?
3. એક વેપારીએ ₹475 લેખે 200 નંગ લાઈફ જેકેટ ખરીદ્યા. તેમાંથી 15 જેકેટ ખામીવાળા નીકળ્યાં. બાકીના જેકેટ તેણે ₹500 પ્રતિ નંગ વેચી દીધા. તો આ સોદામાં વેપારીને નફો થયો કે ખોટ ગઈ ? કેટલા રૂપિયા ?

- **ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ:**

બાળ દોસ્તો તમે આગળના ધોરણમાં વ્યાજ વિશે શીખી ગયા છો. તે ખ્યાલને આપણે પુનઃ તાજો કરી લઈએ. ત્યારબાદ વ્યાજના નવા પ્રકાર વિશે જાણીએ.

→ **વ્યાજ:** કોઈ સંસ્થા કે વ્યક્તિ પાસેથી ઊછીના લીધેલા નાણાં પર ચૂકવવી પડતી વધારાની રકમને વ્યાજ કહે છે.

→ અહીં ઊછીના લીધેલા નાણાં મુદ્દલ તરીકે ઓળખાય છે.

→ વ્યાજ અને મુદ્દલ સહિતની રકમને વ્યાજમુદ્દલ કહે છે.

વ્યાજને I (Interest) અને મુદ્દલને P (Principal), વ્યાજમુદ્દલને A (Amount), વ્યાજના દરને R (Rate of Interest) વડે દર્શાવવામાં આવે છે. મુદતને N અથવા T વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

→ સાદું વ્યાજ ગણવા માટે પ્રત્યેક મુદત દીઠ મુદ્દલ અચળ (શરૂઆતમાં લીધેલા નાણાં જ) રહે છે. જ્યારે ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજમાં મુદ્દલની રકમ દરેક મુદત બાદ વ્યાજ ઉમેર્યા પછી ગણવામાં આવે છે. આ બાબત એક ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ.

ઉદા.14 એક વ્યક્તિએ બેંકમાંથી ₹5000 વાર્ષિક 10% ના દરે બે વર્ષ માટે લીધા. તો આ રકમ માટે સાદું વ્યાજ અને વ્યાજમુદ્દલ ગણો.

જ. મુદ્દલ (P) = ₹5000, વ્યાજનો દર (R) = 10%

મુદત (N) = 2 વર્ષ

સાદુ વ્યાજ = (I) = $\frac{PRT}{100} = \frac{5000 \times 10 \times 2}{100}$ = ₹1000

∴ બે વર્ષનું સાદુ વ્યાજ = ₹1000

∴ વ્યાજમુદ્દલ = મુદ્દલ + વ્યાજ

= ₹5000 + ₹1000

= ₹6000

હવે, આ જ રકમ ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજે લીધેલ હોય તો, કઈ રીતે ગણતરી થાય તે જોઈએ.

પ્રથમ વર્ષ માટે P = ₹5000, R = 10% T = 1 વર્ષ

I = $\frac{PRT}{100} = \frac{5000 \times 10 \times 2}{100}$ = ₹500

વ્યાજમુદ્દલ = ₹5000 + ₹500 = ₹5500 (એક વર્ષના અંતે)

હવે, પ્રથમ વર્ષના અંતે વ્યાજમુદ્દલ એ બીજા વર્ષ માટેનું મુદ્દલ થશે.

∴ બીજા વર્ષ માટે, મુદ્દલ = ₹5500 + ₹550

= ₹6050

	સાદુ વ્યાજ	**ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ**
પ્રથમ વર્ષ	મુદ્દલ = ₹5000	મુદ્દલ = ₹5000
	વ્યાજ = ₹500	વ્યાજ = ₹500
	વ્યાજમુદ્દલ = ₹5500	વ્યાજમુદ્દલ = ₹5500
બીજા વર્ષે	મુદ્દલ = ₹5000	મુદ્દલ = ₹5500
	વ્યાજ = ₹500	વ્યાજ = ₹550
	વ્યાજમુદ્દલ = ₹6000	વ્યાજમુદ્દલ = ₹6050

આમ, ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ એટલે વ્યાજનું વ્યાજ. ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજની ગણતરીમાં મુદ્દલને અંતે મળતુ વ્યાજમુદ્દલ ત્યારબાદની મુદ્દત માટે મુદ્દલ બને છે. જ્યારે સાદા વ્યાજમાં પ્રત્યેક મુદ્દત માટે મુદ્દલ એજ રહે છે.

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજની ગણતરી વાર્ષિક, છ-માસિક, ત્રિ-માસિક, માસિક કે દૈનિક પણ હોઈ શકે છે. અહીં આપણે વાર્ષિક, અર્ધવાર્ષિક, ત્રિમાસિક વ્યાજના દરના ઉદાહરણો જોઈશું.

- **ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજદરનો સમયગાળો**

સમયગાળાને 'n'(N) વડે દર્શાવીએ તો અલગ-અલગ સમયગાળા માટે,

→ જો વાર્ષિક ઉમેરવામાં આવે તો → n = 1 (મુદતને 1 વડે ગુણવી.)

→ જો અર્ધ-વાર્ષિક (દર છ માસે) ઉમેરાય તો → n = 2

અહીં n = 2 (અર્થાત વર્ષ દરમ્યાન બે વાર વ્યાજની ગણતરી) (માટે મુદતને 2 વડે ગુણવી.)

→ જો વ્યાજ ત્રિ-માસિક (દર ત્રણ માસે) ઉમેરાય તો → n = 4

અહીં n = 4 (અર્થાત વર્ષ દરમ્યાન ચાર વાર વ્યાજની ગણતરી) (માટે મુદતને 4 વડે ગુણવી.)

હવે, વ્યાજદર (R) વિશે વિચારીએ.

જો વ્યાજ વાર્ષિક ગણવામાં આવે તો, R મૂળ સ્વરૂપે જ રહે.

જો વ્યાજ અર્ધ-વાર્ષિક (n=2) તો R, અડધો થાય.

દા.ત. જો 8% વાર્ષિક વ્યાજદર હોય તો,

અર્ધવાર્ષિક માટે $\frac{8}{2}$ = 4% થાય.

જો વ્યાજ ત્રિમાસિક ગણવામાં આવે (n = 4) તો, R ચોથા ભાગનો થાય.

દા.ત. જો વાર્ષિક વ્યાજદર 8% હોય તો, ત્રિમાસિક માટે $\frac{8}{4}$ = 2% થાય.

આ બાબતને ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ.

ઉદા.15 ₹10800 નું 2 વર્ષ માટે $5\frac{1}{2}$% ના વાર્ષિક ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ તથા વ્યાજમુદ્દલ શોધો.

જ. P = ₹10800 R = $5\frac{1}{2}\% = \frac{11}{2}\%$

n = 2 વર્ષ

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$$

$$= 10800\left(1+\frac{11}{2\times100}\right)^2 = 10800\left(\frac{200+11}{200}\right)^2$$

$$A = 10800 \left(\frac{211}{200}\right)^2$$

$$= 10800 \times \frac{211}{200} \times \frac{211}{200}$$

A = ₹ 12020.67

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ (C.I.) = A - P

= 12020.67 – 10800

= ₹ 1220.67

ઉદા.16 ₹10000 નું $1\frac{1}{2}$ વર્ષ માટે 8% ના અર્ધવાર્ષિક વ્યાજે વ્યાજમુદ્દલ અને ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો.

જ. P = ₹10000 R = 8%

અહીં ગણતરી અર્ધવાર્ષિક હોવાથી.

$n = 1\frac{1}{2}$ વર્ષ $= \frac{3}{2}$ વર્ષ

$$A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^{2n}$$

$$= \left(1+\frac{8}{200}\right)^{2\times\frac{3}{2}}$$

$$= 10000 \left(\frac{200+8}{200}\right)^3 = 10000 \times\frac{208}{200}\times\frac{208}{200}\times\frac{208}{200}$$

A = ₹ 11248.64

ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ (C.I.) = A - P

= 11248.64 – 10000

= ₹ 1248.64

A = ₹ 11248.64 તથા (C.I.) = ₹ 1248.64

* જાતે ગણીએ *

1. ₹25000 નું 6% વાર્ષિક વ્યાજદરે 3 વર્ષનું ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ અને વ્યાજમુદ્દલ શોધો.

2. હેમાએ ₹40860, $6\frac{1}{2}$% ના વ્યાજદરે હમીદને ઉછીના આપ્યા. તો, 3 વર્ષના અંતે દેવું ચૂકતે કરવા કુલ કેટલી રકમ ચૂકવવી પડશે ?

3. નીચે આપેલા પ્રશ્નોમાં વ્યાજમુદ્દલ અને ચક્રવૃધ્ધિ વ્યાજ શોધો.

   (1) ₹4000 નું 5% ના દરે 2 વર્ષ માટે.

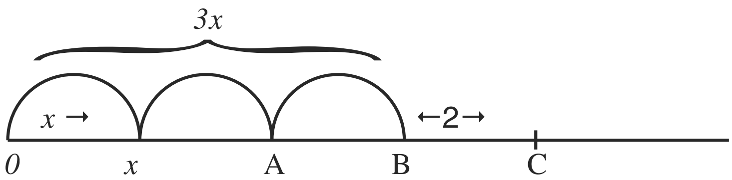
   (2) ₹6500 નું 10% ના વાર્ષિક દરે 1 વર્ષ માટે (અર્ધવાર્ષિક ગણતરી કરવી.)

   (3) ₹125000 નું 12% ના દરે 2 વર્ષ 3 માસ માટે.

પ્રકરણ 9

★ અગાઉના ધોરણોમાં બૈજિક પદાવલિઓ વિશે જાણ્યું. જેમ કે, $2x + 5$ માં x એ ચલ છે. 2 અને 5 અચલ છે. ઉપરાંત એક થી વધુ ચલ ધરાવતી પદાવલિઓ વિશે પણ શીખ્યાં. જેમ કે, $2x + 3y$, $2x^2 + y$ સંખ્યા રેખા પર પદાવલિઓની રજૂઆત પણ શીખ્યાં.

દા.ત. $3x + 2$



● **ચાલો પ્રયત્ન કરીએ.**

1. એક ચલ ધરાવતી પદાવલિના પાંચ ઉદાહરણ લખો.
2. આપેલ પદાવલિને સંખ્યારેખા પર દર્શાવો.

→ **પદઃ** ચલ અને અચલના ગુણાકાર અને ભાગાકારની બનતી અભિવ્યક્તિને પદ કહે છે. દા.ત.

$3x$, x^2, $\frac{x}{3}$

→ **અવયવઃ** પદાવલિ $3x + 5$ માં બે પદ છે. $3x$ અને 5. તે પૈકી પદ $3x$ એ અવયવો 3 અને x થી બનેલ છે તથા 5 એ સાંખ્યિક પદ છે.

→ **સહગુણકઃ** પદાવલિ $7x - 4$ માં બે પદો $7x$ અને (-4) છે. તેમાં $7x$ એ 7 અને x ના ગુણાકારથી બને છે. આ પદમાં 7 એ સાંખ્યિક અવયવ છે તેને સાંખ્યિક ગુણક કે સહગુણક પણ કહે છે.

ઉદા. નીચે આપેલ પદાવલિના પદ, અવયવ અને સહગુણક લખો.

→ $x^2 + 2xy + 3y^2$

જ. પદાવલિના પદો : x^2, $2xy$ અને $3y^2$

x^2 ના અવયવ : x, x $(x \times x)$

$2xy$ ના અવયવ : 2, x, y $(2 \times x \times y)$

$3y^2$ ના અવયવ : 3, y, y $(3 \times y \times y)$

x^2 નો સહગુણક : 1

$2xy$ નો સહગુણક : 2

$3y^2$ નો સહગુણક : 3

- **પદની સંખ્યાને આધારે પદાવલિના પ્રકારઃ**

→ **એકપદી :** જે પદાવલિમાં માત્ર એક જ પદ હોય તેવી પદાવલિને એકપદી કહે છે.

→ **દ્વિપદી :** જે પદાવલિમાં બે પદ હોય તેવી પદાવલિને દ્વિપદી કહે છે.

→ **ત્રિપદી :** જે પદાવલિમાં ત્રણ પદ હોય તેવી પદાવલિને ત્રિપદી કહે છે.

→ **બહુપદી :** એક કે તેથી વધુ પદો કે જેના સહગુણકો શૂન્ય ન હોય તથા ચલના ઘાતાંક ઘન હોય (અનૃણ) તેવી પદાવલિને બહુપદી કહે છે.

- કેટલાંક ઉદાહરણો જોઈએ.

→ **એકપદી :** $2x,\ -y^2$

→ **દ્વિપદી :** $2x - y^2,\ 3a + b,\ a + 5....$

→ **ત્રિપદી :** $a + b + c,\ x + y^2 + z^3$

→ **બહુપદી :** $a + b + c,\ 2a + 3b - 5c + 6d$

- **સજાતીય પદો :** જે પદોમાં ચલ અને ચલનો ઘાત સમાન હોય તેવા પદોને સજાતીય પદો કહે છે. દા.ત. x^2 અને $3x^2$, x^2y અને $2yx^2$

- **વિજાતીય પદો :** જે પદોમાં ચલ કે ચલનો ઘાત અસમાન હોય તેવા પદોને વિજાતીય પદો કહે છે. દા.ત. x^2y અને xy^2, $3x^2$ અને x^3

નોંધઃ પદોના માત્ર સહગુણક સરખા હોય તો, તે સજાતીય નહીં પરંતુ વિજાતીય પદો જ છે.

ઉદા. $2p^2q^2 - 3pq + 4$ અને $5 + 7pq - 3p^2q^2$ નો સરવાળો કરો.

જ. પદાવલિનો સરવાળો કરવાની બે રીતે છે. ઊભી રીત અને આડી રીત.

ઊભી રીત :

$$\begin{array}{r} 2p^2q^2 - 3pq + 4 \\ -\ 3p^2q^2 + 7pq + 5 \\ \hline -\ p^2q^2 + 4pq + 9 \end{array}$$

આ રીતમાં સજાતીય પદો એકબીજાની ઉપર નીચે રહે તે રીતે ગોઠવવામાં આવે છે.

આડી રીત : $= (2p^2q^2 - 3pq + 4) + (5 + 7pq - 3p^2q^2)$

$= 2p^2q^2 - 3p^2q^2 - 3pq + 7pq + 4 + 5$

$= -p^2q^2 + 4pq + 9$

- આ રીતમાં સજાતીય પદોને સાથે (આગળ-પાછળ) ગોઠવી સાદુરૂપ આપવામાં આવે છે. હવે બાદબાકી વિશે વિચારીએ.

ઉદા. $(2p^2q^2 - 3pq + 4)$ માંથી $(5 + 7pq - 3p^2q^2)$ બાદ કરો.

જ. આડી રીતનો ઉપયોગ કરતાં

$= (2p^2q^2 - 3pq + 4) - (5 + 7pq - 3p^2q^2)$

$= 2p^2q^2 - 3pq + 4 - 5 - 7pq + 3p^2q^2$

(કૌંસ ખૂલતાં '–' ની નિશાની બાદના પદોની નિશાની બદલાય છે.) હવે સજાતીય પદોની ગોઠવણી કરતાં....

$= 2p^2q^2 + 3p^2q^2 - 3pq - 7pq + 4 - 5$

$= 5p^2q^2 - 10pq - 1$

*** જાતે ગણીએ ***

- **નીચેની બહુપદીઓનું એકપદી, દ્વિપદી કે ત્રિપદીમાં વર્ગીકરણ કરો.**

1. $a + 3$, b^2, $2x^2 + 5x - 3$, $2a + b$, $pq + p^2 + q^2$, $ab + bc + cd$, $mn - m$, m^2n,

2. બહુપદીઓ $4a - 7ab + 3b - 12$ અને $12a - 9ab + 5b - 3$ ના સરવાળામાંથી $3a + 8ab - 5b + 8$ બાદ કરો.

- **બૈજિક પદાવલિઓના ગુણાકાર :**

– એકપદીનો એકપદી સાથે ગુણાકાર:

એક ઉદાહરણ દ્વારા આ બાબત સમજીએ.

$(-4p) \times (7p) = (-4) \times 7 \times p \times p$

$= -28p^2$

— ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં સહગુણકોનો ગુણાકાર કરીએ છીએ, વળી ચલના ગુણાકાર માટે ઘાત-ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ કરીએ છીએ.

દા.ત. $x \times x \times y \times y = x^2 \times y^2$

વધુ એક ઉદાહરણ લઈએ...

$2lm,\ 3mn,\ 5l^2mn$

$\therefore\ 2lm \times 3mn \times 5l^2mn$

$= (2 \times 3 \times 5) \times lm \times mn \times l^2mn$

$= 30l^3m^3n^2$

*** જાતે ગણીએ ***

1. **નીચે આપેલ એકપદીની જોડના ગુણાકાર શોધો.**

   (a) $2p,\ 3p$ (b) $-p^2q^2,\ -\frac{5}{4}pq$

2. **નીચે આપેલ પદાવલિના જૂથનો ગુણાકાર શોધો.**

   (a) $3x,\ 5y,\ -2ay$ (b) $-p^2q,\ 5q^2,\ -7pq^2$

- **એકપદીનો દ્વિપદી સાથે ગુણાકારઃ**

દા.ત. $2x$ અને $(3x + 5y)$ નો ગુણાકાર કરીએ.

$(2x)\ (3x + 5y)$

$= (2x)\ (3x) + (2x)\ (5y)$ (વિભાજનનો ગુણધર્મ)

$= (2)\ (3)\ x^2 + (2)\ (5)\ (x)\ (y)$

$= 6x^2 + 10xy$

- **એકપદીનો ત્રિપદી સાથે ગુણાકાર**

દા.ત. $2x$ અને $(6x + 5y - 3z)$ વડે ગુણાકાર કરો.

$(2x)\ (6x + 5y - 3z) = (2x)\ (6x) + (2x)\ (5y) + (2x)\ (-3z)$

$= 12x^2 + 10xy - 6xz$

*** જાતે ગણીએ ***

1. એક લંબચોરસની લંબાઈ $4a^2$ સેમી તથા પહોળાઈ $2a+5$ સેમી હોય તો, આ લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

2. નીચે આપેલ પદાવલિના જૂથનો ગુણાકાર કરો.

(*a*) $4p$ અને $q + 3r$ (*b*) $2a$ અને $3b + 4c$

3. ગુણાકાર કરો.

(*a*) $2a, 5b - 4c + 7$ (b) $lm, mn - nz + 3$

4. $2a (3 - 5a)$ નું સાદું રૂપ આપો અને $a = -2, 4$ માટેની કિંમત શોધો.

- **દ્વિપદીનો દ્વિપદી સાથે ગુણાકાર**

$a + b$ અને $c + d$ નો ગુણાકાર કરો.

$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d)$

પ્રથમ કૌંસના દરેક પદનો બીજા કૌંસ (દ્વિપદી) સાથે ગુણાકાર કરતાં....

$\therefore (a + b)(c + d) = ac + ab + bc + bd$

- **દ્વિપદીનો ત્રિપદી સાથે ગુણાકાર**

$(2a + 3b)$ નો $(a^2 + 2ab + b^2)$ સાથે ગુણાકાર કરો.

$= (2a + 3b)(a^2 + 2ab + b^2)$

$= 2a(a^2 + 2ab + b^2) + 3b(a^2 + 2ab + b^2)$

$= (2a)(a^2) + (2a)(2ab) + (2a)(b^2) + (3b)(a^2) + (3b)(2ab) + (3b)(b^2)$

$= 2a^3 + 4a^2b + 2ab^2 + 3a^2b + 6ab^2 + 3b^3$

સજાતીય પદોની પુનઃ ગોઠવણી કરતાં....

$= 2a^3 + 4a^2b + 3a^2b + 2ab^2 + 6ab^2 + 3b^3$

$= 2a^3 + 7a^2b + 8ab^2 + 3b^3$

*** જાતે ગણીએ ***

1. ગુણાકાર કરો.

(*a*) $(x + 5)(x - 3)$ (*b*) $(2p + 5)(3 - 2p)$

(*c*) $(1.5l - 2.5m)(2.5l + 1.5m)$ (d) $(xyz - 3)(xy - 3z)$

2. સાદુરૂપ આપો.

(a) $(p + 4)(2p - p^2) + 4pq$

(b) $(ab + cd)(ac + bd) - a(bc - ab)$

- **નિત્યસમ એટલે શું ?**

એવી સમતા કે જેમાં આપેલા ચલની કોઈપણ કિંમત માટે તે સાચી હોય તો તેને નિત્યસમ કહે છે.

પ્રમાણિત નિત્યસમ નીચે મુજબ છે.

1. $(a+b)^2 = (a+b)\ (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(a-b)^2 = (a-b)\ (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$
3. $(a+b)\ (a-b) = a^2 - b^2$
4. $(x+a)\ (x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

ઉદા. **1. નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી સાદુ રૂપ આપો.**

$(2a + 3b)^2$ નિત્યસમ મુજબઃ પ્ર. પદ $= 2a$ અં.પદ $= 3b$

$= (2a + 3b)^2 = (2a)^2 + 2(2a)\ (3b) + (3b)^2$

સમજૂતિ માટે : (પ્ર.પ)^2 + 2(પ્ર.પ) (અં.પ.) + (અં.પ.)^2

$= 4a^2 + 12ab + 9b^2$

અહીં નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી સાદુરૂપ મેળવ્યું. તેમાં હંમેશા ત્રીજુ પદ (ઉપરના ઉદાહરણોમાં) $(3b)^2$ હંમેશા ધન હોય છે. જયારે મધ્યમપદની નિશાની બે પદ વચ્ચેની જે નિશાની હોય તે આવે.

2. 43^2 નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી કિંમત શોધો.

$43^2 = (40 + 3)^2$ (નિત્યસમ I, નો ઉપયોગ કરવા 43=40+3 લખીશું.)

$= (40)^2 + 2(40)(3) + (3)^2$

$= 1600 + 240 + 9$

$= 1849$

3. નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી સાદુરૂપ આપો.

$$= \left(\frac{2}{3}m - \frac{3}{4}n\right) \quad \left(\frac{2}{3}m + \frac{3}{4}n\right)$$

પ્ર.પ બીજું પદ પ્ર.પ બીજું પદ

$= \left(\frac{2}{3}m\right)^2 - \left(\frac{3}{4}n\right)^2$

(પ્ર.પ)^2 (બીજું પદ)^2

$= \frac{4}{9}m^2 - \frac{9}{16}n^2$

4. નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી કિંમત શોધો.

$183^2 - 17^2$

$= (183 - 17)(183 + 17)$ ($(a-b)(a+b) = a^2b^2$ નો ઉપયોગ કરતાં)

$= (166)(200)$

$= 33200$

5. નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી સાદુરૂપ આપો કે કિંમત શોધો.

$(2x+5)(2x-3)$ ($(x+a)(x+b) = x^2\ (a+b)x + ab$ નો ઉપયોગ કરતાં)

$(2x+5)(2x-3) = (2x)^2 + (5-3)2x + (5)(-3)$

$= 4x^2 + (2)(2x) + (-15)$

$= 4x^2 + 4x - 15$

∗ જાતે ગણીએ ∗

1. યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી ગુણાકાર મેળવો.

(*a*) $(x + 5)(x + 5)$

(*b*) $(3a - 5)(3a - 5)$

2. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ નો ઉપયોગ કરી ગુણાકાર મેળવો.

(*a*) $(2x + 1)(2x + 3)$

(*b*) $(2a + 3b)(2a - 5b)$

3. યોગ્ય નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી સાદુરૂપ આપો.

(*a*) $(ax + by)^2$

(b) $(2x - y^2)^2$

4. નિત્યસમનો ઉપયોગ કરી કિંમત શોધો.

(*a*) 31^2 (b) 67^2 (c) 9.8^2 (d) 46×54

પ્રકરણ 10

★ અગાઉના ધોરણોમા દ્વિ-પરિમાણીય અને ત્રિ-પરિમાણીય આકારો વિશે ભણ્યાં.

2D આકૃતિઓ : કાગળ પર દોરેલી આકૃતિઓ કે જેને માત્ર લંબાઈ અને પહોળાઈ એમ બે જ પરિમાણ (માપ) હોય છે. તેમેને દ્વિ-પરિમાણીય (2D) આકૃતિઓ કહેવાય છે.

દા.ત. કાગળ પર દોરેલ કોઈપણ ચિત્ર

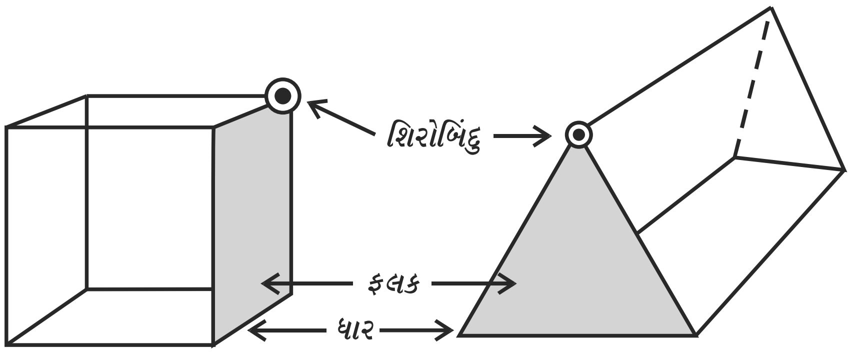
2D આકૃતિઓને સમતલીય આકૃતિઓ પણ કહે છે.

3D આકૃતિઓ (ત્રિ-પરિમાણીય આકૃતિઓ) :

જે આકૃતિઓ પદાર્થો, લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ (ઊંડાઈ) જેવા પરિમાણો ધરાવે છે. તેવી આકૃતિઓ અને પદાર્થોને ત્રિ-પરિમાણીય કહેવાય છે.

દા.ત. સમઘન, લંબઘન, પ્રિઝમ, પિરામીડ વગેરે.

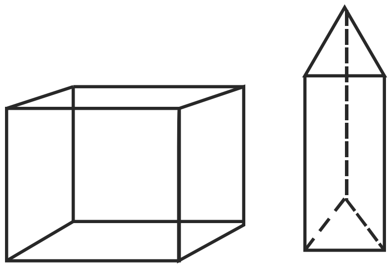
હવે, ઘનાકાર માટે સપાટી(ફલક) ધાર અને શિરોબિંદુ કોને કહેવાય તે જાણીએ. નીચેની આકૃતિમાં બે ઘનાકાર આપેલા છે. તેમાં શિરોબિંદુ, ફલક (સપાટી) અને ધાર વિશે સમજણ મેળવીએ.



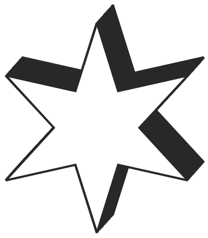
- **સપાટી કે ફલક :** ઘનાકારની પ્રત્યેક બાજુ કે જેને સમતલ સપાટી છે તેને સમતલ ફલક કહે છે.
- **ધાર :** બે સપાટી જયાં મળે છે તે રેખાખંડને ઘનાકારની ધાર કહે છે.
- **શિરોબિંદુ :** બે થી વધુ ધાર જયાં મળે છે તે બિંદુને ઘનાકારનું શિરોબિંદુ કહે છે.
- **બહુફલક અને તેના પ્રકારઃ**

ઘનાકારોને બહુફલકો તરીકે પણ ઓળખવામાં આવે છે. આવા બહુફલકોને ચતુષ્કોણની જેમ બર્હિવૃત બહુફલક અને બર્હિવૃત ન હોય તેવા બહુફલકમાં વર્ગીકૃત કરવામાં આવે છે. જેમ બર્હિવૃત (બર્હિમુખ) બહુકોણના વિકર્ણો પરસ્પર છેદે તેમ બર્હિવૃત બહુફલકોના વિકર્ણો પરસ્પર છેદે છે. નીચે આવા બહુફલકોના ઉદાહરણ રજૂ કર્યા છે.

નોંધઃ જે ઘનાકારોમાં વક્રસપાટી આવેલી છે તેમને બહુફલકો કહેવાતાં નથી. દા.ત. નળાકાર, શંકુ, ગોલક વગેરે.

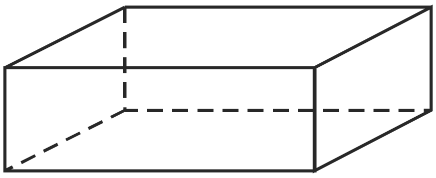


બહિર્વૃત બહુફલક



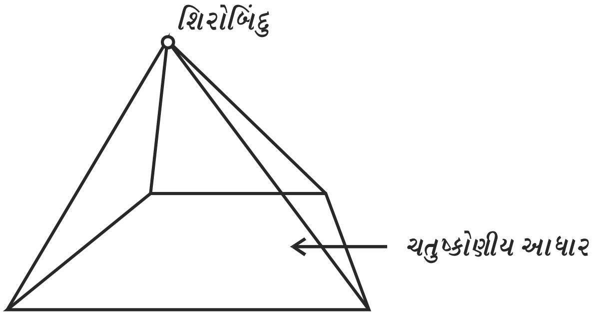
બહિર્વૃત બહુફલક નથી.

- **સામાન્ય બહુફલકઃ** જ્યારે બહુફલકના દરેક ફલક સામાન્ય ફલક (એકરૂપ ફલક, જેમ કે ચોરસ) હોય તેના દરેક શિરોબિંદુ પર સરખી સંખ્યાના ફલક મળતા હોય ત્યારે તેને સામાન્ય ફલક કહેવામાં આવે છે.
- બહિર્વૃત ફલકના બે પ્રકાર છે. (1) પ્રિઝમ અને (2) પિરામીડ
- **પ્રિઝમઃ** પ્રિઝમને બે એકરૂપ આધાર હોય છે. જ્યારે બીજા ફલક લંબચોરસ હોય છે. (આકૃતિમાં લંબચોરસ પ્રિઝમ આપેલ છે.



લંબચોરસ પ્રિઝમ

- **પિરામિડ :** પિરામિડમાં એક આધાર (ત્રિકોણ, ચોરસ....) હોય છે અને અન્ય ફલકો ત્રિકોણ હોય છે. આ ત્રિકોણીય ફલકો એક શિરોબિંદુમાં ભેગા થાય છે.



- યુલરનું સૂત્ર : $F + V - E = 2$ અથવા $F + V = E + 2$

(જ્યાં F = ફલકની સંખ્યા, E = ધારની સંખ્યા, V = શિરોબિંદુની સંખ્યા)

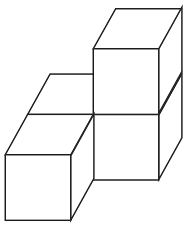
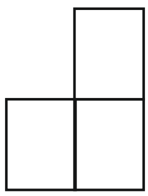
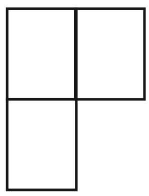
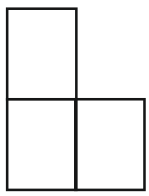
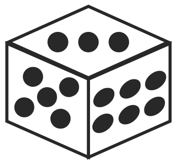
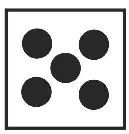
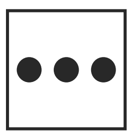
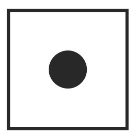
*** જાતે ગણીએ ***

1. તમારી આસપાસ જોવા મળતી વસ્તુઓ પૈકી જેનો આકાર સમઘન, લંબઘન, શંકુ કે નળાકાર જેવો હોય તે વસ્તુના નામ લખો. (ઓછામાં ઓછી દસ વસ્તુઓના નામ લખો.)
2. ત્રિકોણીય પ્રિઝમની આકૃતિ દોરી, તેના ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુઓની સંખ્યા લખો.
3. પંચકોણીય પિરામીડની આકૃતિ દોરી તેના ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુઓની સંખ્યા લખો.

- **ઘન આકાર (3-D આકાર)ને જોવાની જુદી-જુદી રીતોઃ**
    1. કાપીને અથવા પાતળી કાતરી કરીને, જેમાં ઘનનો ઊભો કે આડો આડછેદ મળે છે.
    2. 3-D આકારના પડછાયા (2-D) નું અવલોકન કરીને.
    3. વસ્તુને અલગ-અલગ ખૂણેથી જોઈને, જેમકે, સામેનો દેખાવ, ઉપરનો દેખાવ અને બાજુનો દેખાવ.

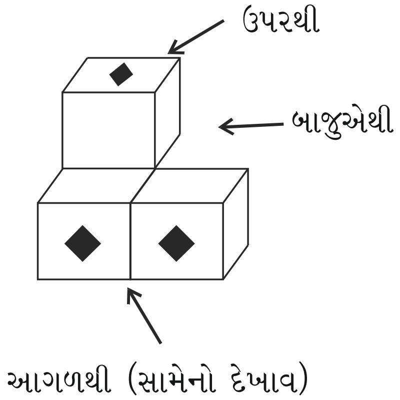
અહીં આપણે વસ્તુને સામેથી, બાજુથી કે ઉપરથી જોતાં તે કેવી દેખાય છે તેના વિશે વધુ ચર્ચા કરીશું.

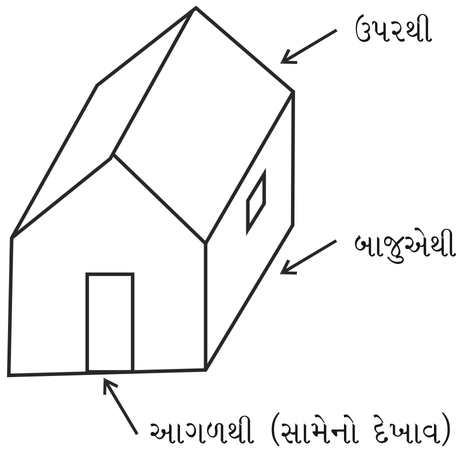
ઉદા. **નીચે આપેલ વસ્તુઓના સામેથી, ઉપરથી અને બાજુનો દેખાવ દોરો.**

	સામેનો દેખાવ	ઉપરનો દેખાવ	બાજુનો દેખાવ
			
			

* જાતે ગણીએ *

1. નીચે આપેલ આકૃતિ / પદાર્થોનો સામેથી, બાજુથી અને ઉપરથી દેખાવ દોરો.





2. ચોક્કસ સ્કેલમાપ લઈ તમારા ઘરનો નકશો તૈયાર કરો. તેમાં જુદી-જુદી વસ્તુઓને સંકેત દ્વારા દર્શાવો.

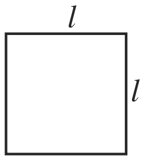
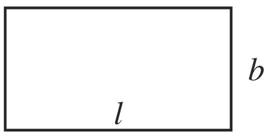
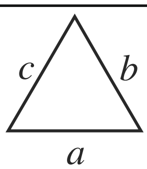
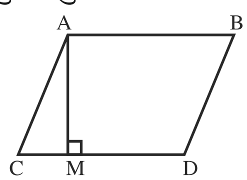
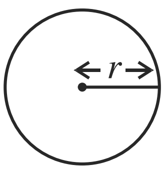
3. તમારા ઘરેથી શાળાએ જવાનો રસ્તો દિશાઓ દર્શાવી તૈયાર કરો.

પ્રકરણ 11

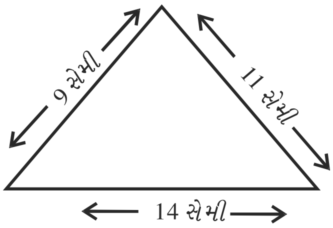
વ્યવહારિક જીવનમાં ઘણી વખત આપણે એવા પ્રશ્નોનો સામનો કરવો પડે છે. જેમાં ત્રિકોણ, ચોરસ, લંબચોરસ કે વર્તુળ આકારમાં પદાર્થે રોકેલી જગ્યા તેને રંગ કરવાનો કે સમારકામ કરવાનો ખર્ચ શોધવાની જરૂર પડે છે. આવા સમયે આપણે ગણિતના અગત્યના ખ્યાલો જેવા કે, પરિમિતિ, ક્ષેત્રફળ અને ઘનફળનો ઉપયોગ કરવાનો થાય છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણની શરૂઆતમાં પરિમિતિ અને ક્ષેત્રફળ વિશેનું જ્ઞાન ચકાસી આપણે આગળ વધીશું. તે માટે, પરિમિત અને ક્ષેત્રફળનો ખ્યાલ અને તેને લગતાં ઉદાહરણો જોઈશું.

- **પરિમિતિઃ** કોઈપણ બંધ સમતલીય આકૃતિની હદ કે સીમાની બધીજ બાજુઓનું કુલ અંતર (લંબાઈ) ને પરિમિતિ કહે છે.
- **ક્ષેત્રફળઃ** કોઈપણ બંધ સમતલીય આકૃતિ દ્વારા સપાટી પર ઘેરાયેલા કુલ ક્ષેત્રને (જગ્યાને) તેનું ક્ષેત્રફળ કહે છે.

આકાર	**પરિમિતિ**	**ક્ષેત્રફળ**
ચોરસ 	$4l$	l^2
લંબચોરસ 	$2(l+b)$	l x b
ત્રિકોણ 	$(a+b+c)$ ત્રણેય બાજુનો સરવાળો	½xપાયોxવેધ
સમાંતરબાજુ ચતુષ્કોણ 	ચાર બાજુનો સરવાળો	પાયોxવેધ
વર્તુળ 	$2\pi r$	πr^2

ઉદા. નીચે આપેલ આકારોના ક્ષેત્રફળ અને પરિમિતિ શોધો.



ત્રિકોણ આકાર માટે :

પરિમિતિ = ત્રણેય બાજુનો સરવાળો

= 11 + 9 + 14

= 34 સેમી

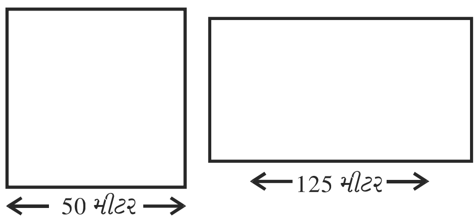
ક્ષેત્રફળ = ½ x પાયો x વેધ

= ½ x 14 x 7

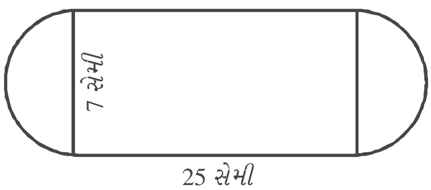
= 49 સેમી^{2}

*** જાતે ગણીએ ***

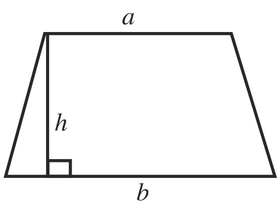
1. બાજુની આકૃતિમાં એક ચોરસ અને એક લંબચોરસ ખેતર તેમના માપ સાથે આપેલ છે. બંને ખેતરોના ક્ષેત્રફળ સમાન છે. તો લંબચોરસ ખેતરની ફરતે વાડ કરવા કેટલી લંબાઈનો તાર જોઈશે?



2. અવનીને એક સુશોભન સ્પર્ધામાં ભાગ લેવા માટે આકૃતિમાં દર્શાવેલ આકારના 25 ટૂકડાની જરૂર છે. કાગળના ટૂકડાનું માપ આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે. જો કાગળનો ભાવ 1સેમી^{2} ના ₹ 2 હોય તો, અવનીએ કાગળ ખરીદવા માટે કેટલો ખર્ચ કરવો પડશે ?



- **સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ:**

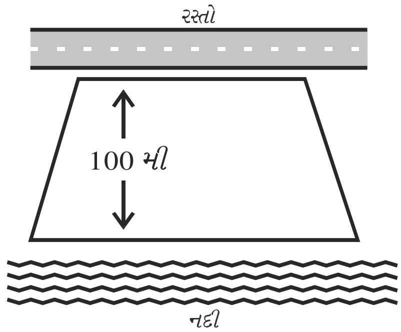


સમલંબ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓની એક જોડ સમાંતર હોય છે. જો તેને 5 અને 5 કહીએ, અને બાજુ વચ્ચેનું લંબઅંતર 5 હોય તો,

સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times h \times (a+b)$

$= \frac{1}{2}$ x ઊંચાઈ x સમાંતર બાજુઓનો સરવાળો

ઉદા. મોહન એક સમલંબ ચતુષ્કોણ આકારનું ખેતર ખરીદવા ઈચ્છે છે. આ ખેતરની નદી તરફની બાજુ એ રસ્તા તરફની બાજુને સમાંતર અને અંતરમાં બમણી છે. જો ખેતરનું ક્ષેત્રફળ 10500 મી^{2} હોય, અને ખેતરની સમાંતરબાજુઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર 100 મીટર હોય તો, ખેતરની નદી તરફની બાજુની લંબાઈ શોધો.



જ. ધારોકે, ખેતરથી રસ્તા તરફની લંબાઈ x મી. છે નદી તરફની લંબાઈ $2x$ મીટર થાય. તથા બંને બાજુઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર = 100 મીટર થાય. હવે, ખેતરનો આકાર સમલંબ ચતુષ્કોણ હોવાથી,

સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2}$ x ઊંચાઈ x સમાંતર બાજુઓનો સરવાળો

$$\therefore \quad 10500 = \frac{1}{2} \times 100 \times (x + 2x)$$

$$\therefore \quad 10500 = \frac{1}{2} \times 100 \times 3x$$

$$\therefore \quad \frac{10500 \times 2}{100} = 3x$$

$$\therefore \quad 3x = \frac{21000}{100}$$

$$\therefore \quad x = \frac{\overset{70}{\cancel{210}}\cancel{00}}{\cancel{3}\cancel{00}}$$

$\therefore \; x = 70$ મી

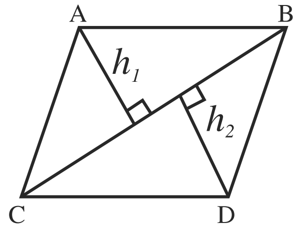
$\therefore$ ખેતરની નદી તરફની બાજુની લંબાઈ $= 2x$ મી

$= (2)\ 70$ મી

$= 140$ મી

- **સામાન્ય ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ**

કોઈપણ સામાન્ય ચતુષ્કોણ (સ.બા.ચ. કે સમલંબ ન હોય તેવો) નું ક્ષેત્રફળ શોધવા નીચે મુજબની રીત ઉપયોગી થાય છે. (ચતુષ્કોણને બે ત્રિકોણમાં વહેંચી દરેકનું ક્ષેત્રફળ શોધવું)



□ABCD નું ક્ષેત્રફળ = ΔABC નું ક્ષેત્રફળ + ΔBCD નું ક્ષેત્રફળ

$= \frac{1}{2} \times h_1 \times BC + \frac{1}{2} \times h_2 \times BC$

□ABCD નું ક્ષેત્રફળ = $\frac{1}{2} \times BC \times (h_1+h_2)$

- **સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ**

સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

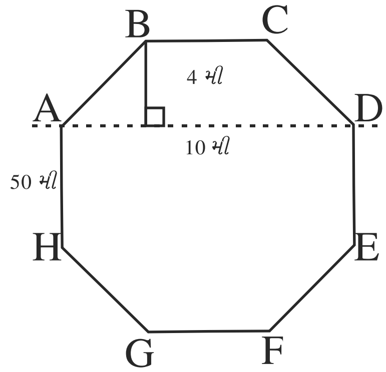
$= \frac{1}{2} \times$ વિકર્ણોનો ગુણાકાર

∴ સમબાજુ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ વિકર્ણોના ગુણાકારથી અડધું હોય છે.

- **બહુકોણનું ક્ષેત્રફળ**

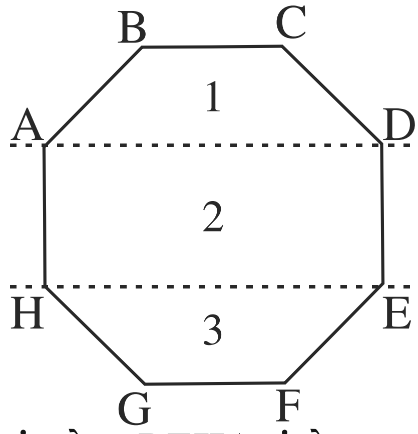
અગાઉ જેમ ચતુષ્કોણને બે ત્રિકોણાકાર ભાગમાં વહેંચીને તેનું ક્ષેત્રફળ શોધ્યું, તેમ કોઈપણ બહુકોણને ત્રિકોણમાં વિભાજીત કરી તેનું ક્ષેત્રફળ શોધી શકાય. કેટલાક બહુકોણોને શક્ય હોય ત્યાં ત્રિકોણ અને ચતુષ્કોણમાં વહેંચીને પણ ક્ષેત્રફળ શોધી શકાય. આ બાબત એક ઉદાહરણ દ્વારા સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ.

ઉદા. નીચેની આકૃતિમાં આપેલ સમબાજુ અષ્ટકોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.



આપેલ સમબાજુ અષ્ટકોણને ત્રણ ભાગમાં વહેંચી શકાય.

1. સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCD
2. લંબચોરસ DEHA
3. સમલંબ ચતુષ્કોણ EFGH



1. હવે, સમલંબ ચતુષ્કોણ ABCDનું ક્ષેત્રફળ

$= \frac{1}{2} \times$ ઊંચાઈ $\times (AD + BC)$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times (5+11)$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 16$

= 32 ચો મીટર

2. લંબચોરસ DEHA નું ક્ષેત્રફળ

$= DE \times HE$

= 5 x 11

= 55 ચો મીટર

3. સમલંબ ચતુષ્કોણ EFGHનું ક્ષેત્રફળ

= ½ x ઊંચાઈ x (EF + GH)

= ½ x 4 x (11+5)

= ½ x 4 x 16

= 32 ચો મીટર

4. સમબાજુ અષ્ટકોણ ABCDEFGHનું ક્ષેત્રફળ

= ABCD નું ક્ષેત્રફળ + DEHA નું ક્ષેત્રફળ + EFGHનું ક્ષેત્રફળ

= 32 + 55 + 32

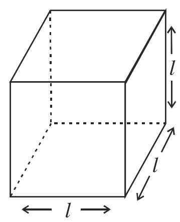
= 119 ચો મીટર

*** જાતે ગણીએ ***

1. એક સમલંબ ચતુષ્કોણની બે સમાંતર બાજુઓનાં માપ 20 સેમી અને 40 સેમી છે. આ બાજુઓ વચ્ચેનું લંબઅંતર 24 સેમી છે. તો આ સમલંબ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.
2. એક સમબાજુ વિકર્ણોના માપ 5 સેમી અને 10 સેમી છે. આ ચતુષ્કોણનું ક્ષેત્રફળ શોધો.

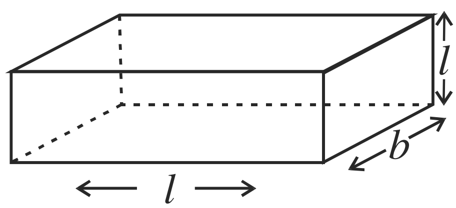
- **ઘન, લંબઘન અને નળાકારના પૃષ્ઠફળ (પૃષ્ઠીય ક્ષેત્રફળ)**

વ્યવહારમાં જોવા મળતાં ઘન, લંબઘન અને નળાકાર વગેરે જેવા ઘનાકારોના ક્ષેત્રફળ શોધવાની જરૂર પડે છે. દા.ત. મકાનની દિવાલોને રંગ કરવા, ખોખા બનાવવા કેટલું પૂંઠુ જોઈએ, ઠંડા પીણાંનું કેન કે ડબ્બો બનાવવા કેટલું પતરું જોઈએ વગેરે.....



1. સમઘનના પાર્શ્વપૃષ્ઠોનું પૃષ્ઠફળ = $4l^2$
2. સમઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $6l^2$

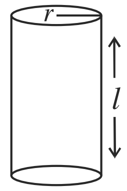
અહીં ઘનના પાર્શ્વપૃષ્ઠોના પૃષ્ઠફળમાં તળીયું અને મથાળું ગણતરીમાં લેવાતું નથી. જયારે કુલ પૃષ્ઠફળમાં ઘનના બધા જ (કુલ છ) પૃષ્ઠોનો સમાવેશ થાય છે.



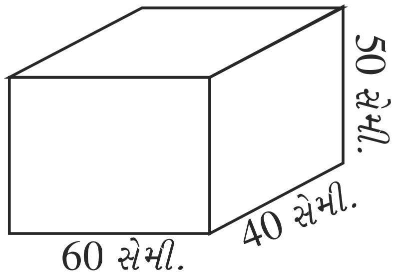
3. લંબઘનના પાર્શ્વપૃષ્ઠોનું પૃષ્ઠફળ = $2h\ (l+b)$
4. લંબઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $2(lb+bh+lh)$

5. નળાકારના પાર્શ્વપૃષ્ઠોનું પૃષ્ઠફળ = $2\pi rh$

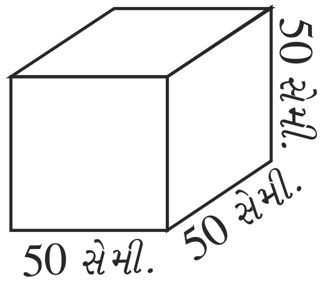
6. નળાકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $2\pi r(h+r)$



ઉદા. બાજુની આકૃતિમાં બતાવ્યા મુજબના એક લંબઘન અને એક સમઘન છે. આ બંને ડબ્બામાંથી કયો ડબ્બો બનાવવા વધુ સામગ્રી વપરાશે ?



જ. કયો ડબ્બો બનાવવા વધુ સામગ્રી વપરાશે એ જાણવા માટે બંને આકારનું કુલ પૃષ્ઠફળ શોધવું પડશે.



લંબઘન માટે,

l = 60 સેમી

b = 40 સેમી

h = 50 સેમી

સમઘન માટે,

l = 50 સેમી

→ લંબઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $2\ (lb+bh+lh)$

$= 2\ \{(60)(40) + (40)(50) + (50)(60)\}$

$= 2\ (2400 + 2000 + 3000)$

$= 2\ (7400)$

= 14800 સેમી^{2}

→ સમઘનનું કુલ પૃષ્ઠફળ = $6l^2$

$= 6\ (50)^2$

$= 6\ (2500)$

= 15000 સેમી^{2}

સમઘન ડબ્બો બનાવવા વધુ સામગ્રી વપરાશે.

*** જાતે ગણીએ ***

1. એક નળાકારની ત્રિજ્યા 8 સેમી છે અને ઊંચાઈ 35 સેમી છે. આ નળાકાર ઊપરથી ખુલ્લો રાખવાનો છે. તો નળાકાર બનાવવા માટે કેટલું પતરું જોઈશે ?

2. ફળો ભરવાની એક લાકડાની પેટીની લંબાઈ 115 સેમી, પહોળાઈ 75 સેમી અને ઊંચાઈ 35 સેમી છે, તો, આ બંધ લાકડાની પેટી બનાવવા કેટલું લાકડું વપરાશે?

3. એક એવા ઘનની બાજુનું માપ શોધો જેનું કુલ પૃષ્ઠફળ 1350 સેમી^{2} હોય.

- **ઘન, લંબઘન અને નળાકારનું ઘનફળ (કદ)**

ઘનફળ શોધવાની વ્યવહારમાં ક્યારે જરૂર પડે ? કોઈ પાત્રમાં કેટલું પ્રવાહી/પદાર્થ સમાઈ શકે? એકમ સમયમાં પાત્રમાં ભરાતો પાણીનો જથ્થો શોધવા, પદાર્થે ત્રિ-પરિમાણીયમાં (અવકાશ) રોકેલ જગ્યા શોધવા વગેરે....

ઘનફળ વિશે માહિતી મેળવતાં પહેલાં કેટલાંક એકમો યાદ કરવા જરૂરી છે. જેમાં એક એકમનો બીજા એકમ સાથેનો સંબંધ દર્શાવવામાં આવે છે. જેમ કે,

1 સેમી^{3} = 1 મિલિ

1000 સેમી^{3} = 1 લિટર

1 લી^{3} = 1000 લિટર

હવે, તેના સૂત્રો વિશે જાણીએ.

1) ઘનનું ઘનફળ = l^3

2) લંબઘનનું ઘનફળ = lbh

3) નળાકારનું ઘનફળ = $\pi r^2 h$

ઉદા. એક લંબઘનનું માપ 60 સેમી x 54 સેમી x 30 સેમી છે. આ લંબઘનની અંદર 6 સેમી બાજુવાળા કેટલા નાના ઘન રાખી શકાશે ?

લંબઘન માટે, સમઘન માટે,

l = 60 સેમી l = 6 સેમી

b = 54 સેમી

h = 50 સેમી

નાના ઘનની સંખ્યા શોધવા માટે આપણે લંબઘન અને ઘનનું ઘનફળ શોધવું પડશે. ત્યારબાદ તેના ભાગાકાર દ્વારા ઘનની સંખ્યા મળશે.

→ લંબઘનનું ઘનફળ $= lbh$

$= 60 \times 54 \times 30$

$= 97200$ સેમી^{3}

→ નાના ઘનનું ઘનફળ $= l^3$

$= 6 \times 6 \times 6$

$= 216$ સેમી^{3}

→ હવે,નાના ઘનની સંખ્યા = $\dfrac{\text{લંબઘનનું ઘનફળ}}{\text{નાના ઘનનું ઘનફળ}}$

$= \dfrac{97200}{216}$

$= 450$

∴ લંબઘનમાં 450 નાના ઘન રાખી શકાશે.

*** જાતે ગણીએ ***

1. એક ટાંકીના માપ 5 મી x 3 મી x 2 મી છે. તો આ ટાંકીમાંથી 1000 લીટર ક્ષમતા ધરાવતી કેટલી ટાંકી ભરી શકાશે ?

2. ગ્રામજનોએ સ્વૈચ્છિક ફાળો કરીને એક કૂવો ખોદવાનું નક્કી કર્યું. કૂવાની ઊંડાઈ 14 મીટર અને ત્રિજ્યા 5 મીટર છે. જો કૂવો ખોદવાની મજૂરી 75 પ્રતિ ઘનમીટર હોય તો, કૂવો ખોદવાનો ખર્ચ શોધો.

3. 8 સેમી^{3} ઘનફળ ધરાવતો ઘન બનાવવા માટે 0.5 સેમી^{3} ના કેટલા ઘનની જરૂર પડશે ?

પ્રકરણ 12

બાળમિત્રો, આપણે એક ઉદાહરણ દ્વારા શરૂઆત કરીએ....

અહીં 2 નો 5 વખત પુનરાવર્તિત ગુણાકાર દર્શાવવામાં આવ્યો છે. તેને સંકેતમાં 2^5 વડે દર્શાવાય છે. જેમાં 2 ને આધાર અને 5 ને ઘાતાંક કહે છે. જયારે 2^5 ને ઘાત સ્વરૂપ કે ઘાતાંકીય સ્વરૂપ કહે છે.

→ ઘણા મોટા અંતરો, સંખ્યાઓને સરળતાથી દર્શાવવા ઘાત સ્વરૂપનો ઉપયોગ થાય છે.

- **ચાલો પ્રયત્ન કરીએ.**

1. કિંમત શોધો.

(a) 2^7 (b) 5^3

2. નીચે દર્શાવેલ સ્વરૂપને ઘાત સ્વરૂપે લખો.

(a) $6 \times 6 \times 6$ (b) $2 \times 2 \times a \times a \times b \times b \times c \times c$

3. આપેલ સંખ્યાઓના અવિભાજ્ય અવયવ પાડીને ઘાત સ્વરૂપે દર્શાવો.

(a) 128 (b) 900

4. સાદુ રૂપ આપો.

(a) $(-2)^4$ (b) $2^3 \times 3^2$

- **ઘાતાંકના નિયમો:**

જો a કોઈ શૂન્યેતર પૂર્ણાંક હોય તથા m અને n કોઈ પૂર્ણ સંખ્યાઓ હોય તો,

1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

જો આધાર સરખા હોય અને ઘાતસ્વરૂપનો ગુણાકાર હોય તો, ઘાતાંકનો સરવાળો થાય.

દા.ત. $2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$

2) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

જો આધાર સરખા હોય અને ઘાત સ્વરૂપનો ભાગાકાર હોય તો, ઘાતાંકની બાદબાકી થાય.

દા.ત. $2^5 \div 2^3 = 2^{5-3} = 2^2$

3) $(a^m)^n = a^{mn}$

જો a^m ને આધાર લઈએ તો, a^m નો ઘાત n થાય. n ને ઘાતનો ઘાત પણ કહી શકાય.

આમ, ઘાતનો ઘાત હોય તો ઘાતાંકનો ગુણાકાર થાય.

દા.ત. $(5^3)^2 = 5^{3x2} = 5^6$

4) $a^m \times b^m = (ab)^m$

જો ઘાતાંક (અહીં m) સરખા હોય અને ઘાત સ્વરૂપનો ગુણાકાર હોય તો સરખા ઘાતાંકવાળા આધારનો ગુણાકાર થાય.

દા.ત. $2^3 \times 5^3 = (2 \times 5)^3 = 10^3$

5) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

જો ઘાતાંકો સરખા હોય અને ઘાતસ્વરૂપનો ભાગાકાર હોય તો, સરખા ઘાતાંકવાળા આધારનો ભાગાકાર થાય.

દા.ત. $\frac{2^3}{5^3} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$

6) $a^0 = 1$

જો કોઈપણ આધારનો ઘાતાંક શૂન્ય હોય તો, તે ઘાતસ્વરૂપનું મૂલ્ય 1 થાય. અર્થાત્ કોઈપણ સંખ્યાના 0 ઘાતની કિમંત 1 થાય.

દા.ત. $2^0 = 1$

ઉદા. સાદુંરૂપ આપો.

$$\frac{2a^2 \times b^3 \times 3c^4 \times 2ab^2}{3a^2bc^3}$$

$$= \frac{2 \times 2 \times 3 \times a^2 \times a \times b^3 \times b^2 \times c^4}{3a^2bc^3}$$

$$= \frac{2^{1+1} \times 3 \times a^{2+1} \times b^{3+2} \times c^4}{3a^2bc^3}$$

$$= \frac{2^2 \times 3 \times a^3 \times b^5 \times c^4}{3 \times a^2 \times b \times c^3}$$

$= \quad 2^2 \times 3^{1-1} \times a^{3-2} \times b^{5-1} \times c^{4-3}$

$= \quad 4 \times 3^0 \times a \times b^4 \times c$

$= \quad 4ab^4c$

*** જાતે ગણીએ ***

- **ઘાતાંકના નિયમોનો ઉપયોગ કરો અને સાદુરૂપ આપો તથા જવાબને ઘાતસ્વરૂપે લખો.**

  (*a*) $3^2 \times 3^4 \times 2^7 \times 2^5$

  (*b*) $6^2 \times 8^3 \times 12^2 \times (ab)^5$

  (*c*) $2a^2 \times 3b^3 \times 5a^2b$

- **ઋણપૂર્ણાંક ઘાતાંક**

  અગાઉના ધોરણમાં આપણે ઘાતાંકમાં ઘનપૂર્ણાંક સંખ્યા જ લઈ સાદુરૂપ આપતાં શીખ્યાં. હવે, જો ઘાતાંકમાં ઋણપૂર્ણાંક હોય તો ? કેવી રીતે સાદુરૂપ આપવું તે સમજીએ. તેના માટે એક ઉદાહરણ લઈએ.

ઉદા. $10^2 = 10 \times 10 = 100$

અહીં ઘાતાંક 2 છે તેથી 10 નો બે વખત ગુણાકાર.

$10^1 = 10 = \frac{100}{10}$ (ઘાતાંક 1 છે તેથી 10, 1 વાર)

જો, $10^0 = 1 = \frac{10}{10}$

અહીં આપણે જોઈ શકીએ છીએ કે, જેમ ઘાતાંકમાં 1 અંકનો ઘટાડો થાય તેમ અગાઉના મૂલ્યને 10 વડે ભાગીએ છીએ.

$\therefore$ ઘાતાંકમાં 1 નો ઘટાડો કરતાં મૂલ્ય અગાઉ કરતાં દસમાં ભાગનું ($\frac{1}{10}$ ગણું) થાય છે. હવે જો, ઋણ ઘાતાંક હોય તો શું થાય તે જોઈએ.

$10^{-1} = \frac{1}{10}$ (અગાઉની કિંમતને 10 વડે ભાગતાં)

$10^{-2} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

આ જ રીતે, $2^{-3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^3}$

2^4 નો વ્યસ્ત = $\frac{1}{2^4}$ $=2^{-4}$

- **ચાલો પ્રયત્ન કરીએ.**
- **આપેલ સંખ્યાના વ્યસ્ત લખો.**

(*a*) 2^{-3} (*b*) 3^{-2} (*c*) 5^{-7} (*d*) 10^{-3}

- **સંખ્યાનું વિસ્તૃત સ્વરૂપ (ઘાત સ્વરૂપના ઉપયોગ દ્વારા)**

દા.ત. $243.25 = 2 \times 100 + 4 \times 10 + 3 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$

$= 2 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 3 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$

- **ચાલો પ્રયત્ન કરીએ.**
- **આપેલ સંખ્યાઓને વિસ્તૃત સ્વરૂપે લખો.**

(*a*) 475.24 (*b*) 8025.12

- ઋણપૂર્ણાંક માટે ઘાતાંકના નિયમો

આ જ પ્રકરણમાં અગાઉ આપણે ઘનપૂર્ણાંક ઘાતાંક માટેના નિયમો જોઈ ગયા. આ નિયમો ઋણપૂર્ણાંક ઘાતાંક માટે પણ લાગુ પડે છે.

દા.ત. $2^{-5} \times 2^{-2} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^{5+2}} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$

અથવા $2^{-5} \times 2^{-2} = 2^{(-5)+(-2)} = 2^{-7}$

ઉદા. સાદુરૂપ આપો અને પરિણામને ઘન ઘાતાંક સ્વરૂપે દર્શાવો.

1) $(-4)^{-5} \times (-4)^{-3} = (-4)^{-5+(-3)} = (-4)^{-5-3} = (-4)^{-8} = \frac{1}{(-4)^8}$

2) $2^5 \div 2^8 = 2^{5-8} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$

*** જાતે ગણીએ ***

1. **સાદુરૂપ આપો અને પરિણામને ઘન ઘાતાંક સ્વરૂપે દર્શાવો.**

(a) $\dfrac{4^5 \times 3^2 \times b^6}{8^3 \times 6^4 \times b^4}$ (b) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5} \div \left(\dfrac{3}{5}\right)^{-3}$

2. **કિંમત શોધો.**

(a) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{-4} + \left(\dfrac{1}{5}\right)^{-2}$ (b) $(3^2 + 2^{-3}) \times 2^{-2}$

3. $3^m \div 3^{-7} = 3^{m-3}$ હોય તો, m ની કિંમત શોધો.

4. સાદુરૂપ આપો : $\dfrac{16 \times p^{-4} \times q^{-3}}{4^{-3} \times 12 \times p^{-5} \times q^{-7}}$ $(p, q \neq 0)$

- ખૂબ નાની કે ખૂબ મોટી સંખ્યાને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં દર્શાવવા ઘાતાંકનો ઉપયોગ.

→ પૃથ્વીની ત્રિજ્યા 6400000 મી. છે.

$6\overset{6}{4}\overset{5}{0}\overset{4}{0}\overset{3}{0}\overset{2}{0}\overset{1}{0} = 6.4 \times 10^6$ મીટર

પ્રમાણિત સ્વરૂપ $= 6.4 \times 10^6$ મીટર

ઉપરોક્ત ઉદાહરણમાં આપણે જોયું કે, પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં દર્શાવવા દશાંશ સ્થળ ડાબે કે જમણે કેટલા અંક ખસવું પડે.

દા.ત. $2850000000 = 2.85 \times 10^9$

ઉદા. એક કાપડની જાડાઈ 0.2 મિમી છે. આવા 15 કાપડની થપ્પી કરવામાં આવે તો જાડાઈ કેટલી થશે ?

કાપડની જાડાઈ = 0.2 મિમી.

કાપડની થપ્પી = 15

કાપડની જાડાઈ $= 15 \times 0.2$

$= 3.0$ મિમી.

*** જાતે ગણીએ ***

1. **નીચેની સંખ્યાઓને પ્રમાણિત સ્વરૂપમાં ફેરવો.**

    (*a*) 246500000 (*b*) 0.0000000563

2. **નીચેની સંખ્યાઓને સામાન્ય સ્વરૂપમાં લખો.**

    (*a*) 2.63 x 10.5 (*b*) 1.57×10^{-3}

3. **નીચે આપેલ વિધાનોમાં દર્શાવેલ સંખ્યાને તેમના પ્રમાણિત સ્વરૂપે લખો.**

    (*a*) પૃથ્વીનું વજન આશરે 9640000000 કિગ્રા છે.

    (*b*) વાઈરસનું કદ 0.00000032 મીટર છે.

4. એક પુસ્તકમાં કાગળની જાડાઈ 0.3 મિમી. છે. આ પુસ્તકમાં 270 પાના છે. આવા 7 પુસ્તકની થપ્પી કરીએ તો, કેટલા મીટર ઊંચાઈ થાય ?

પ્રકરણ 13

ધોરણ-6 માં અવયવો વિશે આપણે શીખી ગયાં. તેને એક ઉદાહરણ દ્વારા ફરીથી યાદ કરી લઈએ. ધારોકે, 28 ના અવયવો લઈએ...

$28 = 2 \times 2 \times 7$

આમ, 2 અને 7 એ 28 ના અવિભાજ્ય અવયવો છે તથા 1, 2 અને 7 એ 28 ના અવયવો છે. અહીં, એ નોંધવું જરૂરી છે કે, 1 એ દરેક સંખ્યાનો અવયવ છે. આ જ બાબત બૈજિક પદાવલિ માટે પણ યાદ કરી લઈએ.

ધારોકે, $12x^2y$ ના અવયવો વિશે વિચારીએ.

$12x^2y = 2 \times 2 \times 3 \times x \times x \times y$

$\therefore$ 2, 3, x અને y એ $12x^2y$ ના અવયવો છે.

નોંધઃ બૈજિક પદાવલિ માટે આપણે અવિભાજ્યને બદલે અવિભાજીત શબ્દનો પ્રયોગ કરીશું. જેમ કે,

$5xy = 5 \times x \times y$ માં $5 \times x \times y$ એ $5xy$ નું અવિભાજીત અવયવ સ્વરૂપ છે. જો xy ને અવિભાજીત રૂપ કહીએ તો તે ખોટું છે. કારણ કે, xy ને $x \times y$ સ્વરૂપમાં દર્શાવી શકાય છે.

- **અવયવીકરણ**

કોઈપણ બૈજિક પદાવલિને તેના અવયવોના ગુણાકાર સ્વરૂપમાં લખવામાં આવે તો તે બૈજિક પદાવલીનું અવયવીકરણ કર્યું તેમ કહેવાય.

ઉદા. $2ab + 2b$ નું અવયવીકરણ કરો.

$2ab$ અને $2b$ આ દ્વિપદીના અવયવો છે. તેમને અવિભાજીત અવયવોના રૂપમાં લખીએ.

$2ab = 2 \times a \times b$

$2b = 2 \times b$

$\therefore 2ab + 2b = (2 \times a \times b) + (2 \times b)$

આ બંને પદોમાં 2 અને b સામાન્ય અવયવો છે.

$\therefore$ વિભાજનના નિયમ મુજબ

$2b \times (a + 1)$

$\therefore 2ab + 2b = 2b \times (a + 1)$

- **પ્રયત્ન કરીએ : અવયવ પાડો.**

(1) $5x^2y + 10xy^2$ (2) $6pq - 3p^2q$ (3) $7a^3b - 2b^2$

- **પદોની પુનઃગોઠવણી દ્વારા અવયવીકરણઃ**

ઉદા. $z - 7 + 7xy - xyz$

અહીં, પદોને બે-બેના જૂથમાં લઈ વિચારતાં જોઈ શકાય છે કે, તેમાંથી સામાન્ય અવયવ સરળતાથી મળશે નહિ. આથી આપણે પદોને એવી રીતે ગોઠવીએ કે જેથી પ્રથમ બે પદનું જૂથ અને બીજા બે પદનું જૂથ (ત્રીજું અને ચોથું જૂથ) બનાવતાં અવયવીકરણ સરળ બને.

$z - 7 + 7xy - xyz$ પદોની પુનઃગોઠવણી કરતાં.....

$= z - xyz - 7 + 7xy$ (પદોની ગોઠવણીનો અભ્યાસ કરો.)

$= z\ (1 - xy) - 7\ (1 - xy)$

$= (1 - xy)\ (z - 7)$

નોંધઃ પદોની પુનઃગોઠવણી એકથી વધુ રીતે થઈ શકે. જેમ કે, ઉપરના ઉદાહરણમાં પદોને $7xy - 7 - xyz + z$ આ રીતે ગોઠવીને પણ અવયવીકરણ થઈ શકે.

*** જાતે ગણીએ ***

1. આપેલા પદોમાં સામાન્ય અવયવ મેળવો.

(a) $-5xy,\ 17x,\ 20xy^2$ (b) $12x^2,\ 24$

2. નીચેના પદાવલિઓના અવયવ મેળવો.

(a) $p^3q^6 - p^6q^3$ (b) $120x^2 - 96xy + 108xy^2$

3. અવયવ મેળવો.

(a) $2xy + 3x + 3 + 2y$ (b) $x^2 + bx + ax + ab$

- **નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીને અવયવીકરણઃ**

અહીં, આપણે નીચેના નિત્યસમનો ઉપયોગ કરીશું.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)\ (a - b)^2 = a^2 - b^2$

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a+b)x + ab$

ઉદા. $x^2 - 10x + 25$ ના અવયવ મેળવો.

અહીં પ્રથમ પદ (x^2) અને અંતિમ પદ (25) પૂર્ણવર્ગ છે. તથા મધ્યમપદ ($-10x$) એ (2) (x) (5) સ્વરૂપનું છે.

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ નિત્યસમનો ઉપયોગ કરતાં....

$x^2 - 10x + 25$

$= (x^2) - 2(x)(5) + (5)^2$

$= (x - 5)^2$

ઉદા. $x^2 + 14x + 49 - 25y^2$ ના અવયવ પાડો.

અહીં, પદાવલિના પ્રથમ ત્રણ પદો $a^2 + 2ab + b^2$ સ્વરૂપના છે. તેથી,

$x^2 + 14x + 49 - 25y^2$

$=$ x2 $+ 2(7)(x) + (7)^2 - (5y)^2$

$= (x + 7)^2 - (5y)^2$

હવે ઉપરોક્ત સ્વરૂપ $a^2 - b^2$ જેવું હોવાથી $(a^2-b^2) =(a+b)(a-b)$ નો ઉપયોગ કરતાં,

$(x+7)^2 - (5y)^2$

$= (x + 7 + 5y)(x + 7 - 5y)$

$= (x + 5y + 7)(x - 5y + 7)$

ઉદા. $4x^2 - 25$

$= (2x)^2 - (5)^2$ ($a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ નો ઉપયોગ કરતાં)

$= (2x+5)(2x-5)$

ઉદા. $x^2 + 6x + 8$ ના અવયવ પાડો.

અહીં પદાવલિમાં ત્રણ પદો છે પરંતુ તે $(a+b)^2$ સ્વરૂપની પદાવલિ નથી.

કારણ કે, અહીં અંતિમ પદ (8) પૂર્ણવર્ગ નથી. તેથી આ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$ સ્વરૂપની પદાવલિ છે.

આપણે 8 ના એવા બે અવયવ શોધીશું જેથી,

$\therefore\ ab = 8$ તથા $a + b = 6$ (જ્યાં, a, b પૂર્ણાંકો છે)

$\therefore\ a = 4$ અને $b = 2$ લેતાં,

$x^2 + 6x + 8 = x^2 + 4x + 2x + 8$

$= x\ (x+4) + 2(x+4)$

$\therefore\ x^2 + 6x + 8 = (x + 4)\ (x + 2)$

*** જાતે ગણીએ ***

1. આપેલી પદવલિઓના અવયવ મેળવો.

(*a*) $x^2 + 12x + 36$ (*b*) $16x - 40x + 25$

(c) $4x^4 + 12x^3 + 9x^2$ (*d*) $4x^2 - 25y^2$

(*e*) $25ax^2 - 25a$ (*f*) $y^3 - \frac{y}{9}$

(*g*) $x^2 + 12x + 36 - y^2$ (*h*) $y^4 - 81$

- **બૈજિક પદાવલિઓના ભાગાકાર:**

બૈજિક પદાવલિઓના એકપદી કે બહુપદી વડે ભાગાકાર કરતી વખતે સૌપ્રથમ આપેલ બંને બહુપદીએ અવયવીકરણ કરી ત્યારબાદ ભાગાકાર કરવામાં આવે છે. ઉદાહરણ દ્વારા આ બાબત વધુ સ્પષ્ટ બનશે.

ઉદા. $4x^3y$ ને $2xy$ વડે ભાગો.

$4x^3y = 2 \times 2 \times x \times x \times x \times y$

$2xy = 2 \times x \times y$

$$\therefore\quad 4x^3y \div 2xy = \frac{2 \times \not{2} \times x \times x \times \not{x} \times y}{\not{2} \times \not{x} \times \not{y}}$$

$= 2x^2$

ઉદા. $(3y^8 - 4y^6 + 5y^4) \div y^4$

$$\therefore\ \frac{3y^8 - 4y^6 + 5y^4}{y^4} = \frac{y^4(3y^4 - 4y^2 + 5)}{y^4}$$

$= 3y^4 - 4y^2 + 5$

* જાતે ગણીએ *

1. **આપેલી પદવલિઓના ભાગાકાર મેળવો.**

(*a*) $51x^3y^3z \div 17xy^2$

(*b*) $-121p^3q^3 \div 11xy^2$

(c) $3pqr - 6p^3q^2r^3 \div 3pq$

(*d*) $(ax^3 - bx^2 + cx) \div (-dx)$

(*e*) $(x^2 - 22x + 117) \div x - 13$

પ્રકરણ 14

આપણે અગાઉના ધોરણમાંથી પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, પૂર્ણ સંખ્યાઓ, પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ અને સંમેય સંખ્યાઓ જેવી જુદા-જુદા પ્રકારની સંખ્યાઓનો અભ્યાસ કરી ગયા છીએ. આપણે ધો.૬ માં અવયવ અને અવયવી તેમજ ધો. ૮માં વર્ગ અને વર્ગમૂળમાં વિવિધ સંખ્યા સાથેની રમત શીખી ગયા છીએ. હવે આપણે આ પ્રકરણમાં સંખ્યાઓને વધુ વિગતથી જોઈશું.

- **સંખ્યાનું વ્યાપક સ્વરૂપ**

ચાલો, આપણે એક સંખ્યા 73 લઈએ.

$$73 = 70 + 3$$
$$= 10 \times 7 + 3$$

સામાન્ય રીતે અંક a અને b થી બનેલ કોઈપણ બે અંકોવાળી સંખ્યા ab એ

$ab = 10 \times a + b$ સ્વરૂપે લખી શકાય.

$abc = 100 \times a + 10 \times b + c$

$cab = 100 \times c + 10 \times a + b$

વ્યાપક સ્વરૂપે લખી શકાય.

*** જાતે ગણીએ ***

- **નીચે આપેલ સંખ્યાઓને વ્યાપક સ્વરૂપમાં લખો.**

(*a*) 26　　(*b*) 345　　(*c*) 84　　(*d*) 472

- **સંખ્યા સાથે ગમ્મત**

કોઈપણ બે અંકની સંખ્યા તથા તે જ સંખ્યાના અંકોને ઉલટાવી દઈએ અને આ બે સંખ્યાનો સરવાળો કરીએ તો... જે 11 વડે વિભાજ્ય છે.

ઉદા. મૂળ સંખ્યા = 43

અંકોને ઉલટાવતાં મળતી નવી સંખ્યા = 34

બંને સંખ્યાનો સરવાળો કરતાં $= 43 + 34 = 77$

$= 77 \div 11 = 7$

(જે 11 વડે વિભાજ્ય થઈ શકે છે.)

*** જાતે ગણીએ ***

1) 35 2) 47 3) 63

- હવે, જો ઉપર મળેલી બંને સંખ્યા 43 અને 34 નો તફાવત લઈએ તો,

  = 43 – 34 = 9 (જે 9 વડે વિભાજ્ય છે.)

ઉદા. મૂળ સંખ્યા = 82

મળતી નવી સંખ્યા = 28 (અંકોની અદલાબદલી કરતાં)

તફાવત = 82 – 28 = 54 (જે 9 વડે વિભાજ્ય છે.)

*** જાતે ગણીએ ***

1) 34 2) 89 3) 52

- ત્રણ અંકોવાળી સંખ્યાના અંકોને ઉલટાવતાં

  ધારો કે, ત્રણ અંકની સંખ્યા = 427

  ધારેલા સંખ્યાના અંકોના ક્રમને ઉલટાવતાં = 724

  તફાવત = 427 – 724 = –297 (જે 99 વડે વિભાજ્ય છે.)

  = –297 ÷ 99 = –3

*** જાતે ગણીએ ***

1) 412 2) 369 3) 257

- સંખ્યાઓને બદલે મૂળાક્ષર

  કોઈ કપડાં કે જેમાં ગાણિતિક સરવાળામાં અંકોના સ્થાને મૂળાક્ષર હોય છે. જે આપણે શોધી કાઢવાનું હોય છે કે કયાં મૂળાક્ષર કયા અંકને બદલે મૂકી શકાય... તે આપણે ગુપ્ત સંકેત દ્વારા ઉકેલીશું. પરંતુ, તે માટે આપણે બે નિયમોનું પાલન કરીશું.

1) પ્રત્યેક મૂળાક્ષર કોઈ એક અંકની જગ્યાએ જ વાપરી શકાશે. એટલે કે પુનરાવર્તન તરીકે અંક લઈશું નહીં.

- સંખ્યાનો પ્રથમ અંક શૂન્ય હશે નહિ. આથી આપણે 46 લખીશું. પરંતુ 046 કે 0046 લખીશું નહી.

ઉદા. સરવાળામાં A ની કિંમત શોધો.

$$\begin{array}{r} 5\ A \\ +\ \underline{A\ 3} \\ 9\ 7 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5\quad A \\ +\ \underline{A\quad 3} \\ 9\quad 7 \end{array}$$

ઉકેલ : એકમના સ્થાનમાં A અને 3 નો સરવાળો કરતાં 7 મળે છે.

$A + 3 = 7$

$A = 7 - 3$

$A = 4$

$\therefore$ $A = 4$ મુકીશું તો...

$$\begin{array}{r} 5\ 4 \\ +\ \underline{4\ 3} \\ 9\ 7 \end{array}$$

તેથી $A = 4$

*** જાતે ગણીએ ***

1) $\begin{array}{r} A\ B \\ +\ \underline{3\ 7} \\ 9\ A \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 3\ 7 \\ +\ \underline{A\ B} \\ 9\ A \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 2\ A\ B \\ +\ \underline{A\ B\ 1} \\ B\ 1\ 8 \end{array}$

- **વિભાજ્યતાની ચાવીઓ**

→ **10 વડે વિભાજતા :** જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0 હોય તો, તે સંખ્યા 10 વડે વિભાજ્ય છે.

જેમ કે, 10, 20, 30, 40, 50.... એ 10 વડે વિભાજ્ય છે.

દા.ત. 80 ÷ 10

$$\begin{array}{r|l} & 8 \\ \hline 10 & 80 \\ & \underline{-80} \\ & 00 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 12 \\ \hline 10 & 120 \\ & \underline{-10} \\ & \ \ 20 \\ & \underline{\ \ 20} \\ & \ \ 00 \end{array}$$

પરંતુ જે સંખ્યાનો એકમનો અંક 0 ન હોય તો તેવી સંખ્યાને 10 વડે ભાગતા શેષ શૂન્ય મળતી નથી.

દા.ત. 105 ÷ 10 345 ÷ 10

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ \hline 10 & 105 \\ & \underline{-10} \\ & 005 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 34 \\ \hline 10 & 345 \\ & \underline{-30} \\ & \ \ 45 \\ & \underline{-40} \\ & \ \ \ 5 \end{array}$$

*** જાતે ગણીએ ***

1) 450 2) 320 3) 504 4) 248 5) 4470

→ **5 વડે વિભાજતા :** જો આપેલી સંખ્યાનો એકમનો અંક 5 અથવા 0 હોય તો, તે સંખ્યા 5 વડે વિભાજ્ય છે.

જેમ કે, 5, 10, 15, 20, 25, 30.... એ 5 વડે વિભાજ્ય છે.

*** જાતે ગણીએ ***

1) 53 2) 105 3) 95 4) 140 5) 501

→ હવે, જો N÷5 માં શેષ 4 વધે છે, તો N ની એકમનો અંક શું હોય ?

જયારે કોઈ એક સંખ્યાને 5 વડે ભાગાકાર કરીએ તો, શેષ 0 મળે, તો તે સંખ્યા 5 વડે વિભાજ્ય છે તેમ કહી શકાય.

પરંતુ અહીં શેષ 4 વધે છે તો, એમ સમજી શકાય કે, એકમનાં અંકમાં 0+4 એટલે કે, 4 અથવા 5+4 એટલે કે 9 હોઈ શકે. કારણ કે, 5 વડે વિભાજ્ય સંખ્યામાં 0 અથવા 5 હોઈ શકે.

*** જાતે ગણીએ ***

1) જો N÷5 માં શેષ 2 વધે છે, તો N ની એકમનો અંક શું હોય ?

2) જો N÷5 માં શેષ 3 વધે છે, તો N ની એકમનો અંક શું હોય ?

→ **2 વડે વિભાજતા :** જો આપેલી સંખ્યાનો એકમનો અંક 0,2,4,6 અથવા 8 હોય તો, તે સંખ્યા 2 વડે વિભાજ્ય છે.

જેમ કે, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14.... એ 2 વડે વિભાજ્ય છે.

*** જાતે ગણીએ ***

1) 318 2) 532 3) 227 4) 680 5) 843

- વિચારો : જો N÷2 માં શેષ 1 વધે છે, તો N ની એકમનો અંક શું હોય ?

→ **3 ની ચાવી :** જો આપેલી સંખ્યામાં રહેલા તમામ અંકોનો સરવાળો કરતાં મળતી સંખ્યા 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તો, આપેલી સંખ્યા 3 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.

દા.ત. 342

342 માં રહેલા અંકોનો સરવાળો કરતાં,

3+4+2 = 9 જે 3 વડે વિભાજ્ય છે.

∴ 342 ÷ 3 = 114

*** જાતે ગણીએ ***

1) 843 2) 353 3) 4872 4) 98030

→ **9 ની ચાવી :** જો આપેલી સંખ્યામાં રહેલા તમામ અંકોનો સરવાળો કરતાં મળતી સંખ્યા 9 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય તો, આપેલી સંખ્યા 9 વડે વિભાજ્ય છે.

દા.ત. 42354

42354 માં રહેલા અંકોનો સરવાળો કરતાં,

4+2+3+5+4 = 18 જે 9 નિઃશેષ ભાગી શકાય

∴ 42354 ÷ 9 = 4706

*** જાતે ગણીએ ***

1) 34213824 2) 8423001 3) 9936919

- જો ત્રણ અંકોથી બનતી સંખ્યા $52x$ એ 9 વડે વિભાજ્ય હોય તો x ની કિંમત શોધો.

અહીં $52x$ એ 9 વડે વિભાજ્ય છે.

તો, તે અંકોનો સરવાળો કરતાં....

$\therefore\ 5 + 2 + x = 9$

$\therefore\ 7 + x = 9$

$\therefore\ x = 9 - 7$

$\therefore\ x = 2$

25 માં =2 મુકતાં મળતી સંખ્યા 5=2 એ 9 વડે નિઃશેષ ભાગી શકાય.

*** જાતે ગણીએ ***

1) જો $31x4$ એ 9 નો ગુણિત છે, જ્યાં x એ અંક છે, તો x ની કિંમત શોધો.

2) જો $84x5$ એ 3 નો ગુણિત છે, જ્યાં x એ અંક છે, તો x ની કિંમત શોધો.

મહાવરો